

*И. А. Беспалов,
В. Ю. Трахтенберг*

АЛЬФВЕНОВСКИЕ МАЗЕРЫ



АКАДЕМИЯ НАУК СССР
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ ФИЗИКИ

П. А. БЕСПАЛОВ, В. Ю. ТРАХТЕНГЕРЦ

АЛЬФВЕНОВСКИЕ МАЗЕРЫ

ГОРЬКИЙ 1986

Издано по решению Редакционно-издательского совета
Института прикладной физики АН СССР

УДК 533.9+523.4-854

В данной книге суммированы и развиваются основные вопросы теории альфвеновских мазеров. Центральное место занимает основанный на индуцированном излучении заряженных частиц в магнитном поле альфвеновский мазер, включающий все традиционные атрибуты мазерных систем: резонатор, представляющий собой открытую плазменную магнитную ловушку с зеркалами на торцах; активное вещество — энергичные заряженные частицы; электромагнитное излучение — альфвеновские и свистовые волны. Интерес к изучению альфвеновских мазеров объясняется тем, что они, во-первых, относительно широко представлены в космических и лабораторных условиях, а во-вторых, эти самосогласованные плазменные объекты обнаруживают целый ряд качественно новых и довольно общих свойств. Соответствующие результаты в настоящее время успешно используются для интерпретации экспериментальных данных по динамике волн и частиц и объяснения количественных характеристик различных типов электромагнитных сигналов в магнитосферах Земли и Юпитера, атмосфере Солнца и лабораторных установках.

Книга адресована научным работникам, аспирантам и студентам, специализирующимся в области физики лабораторной и космической плазмы, геофизики, радиофизики и астрофизики.

Рецензент доктор физико-математических наук **А. А. ГАЛЕЕВ**

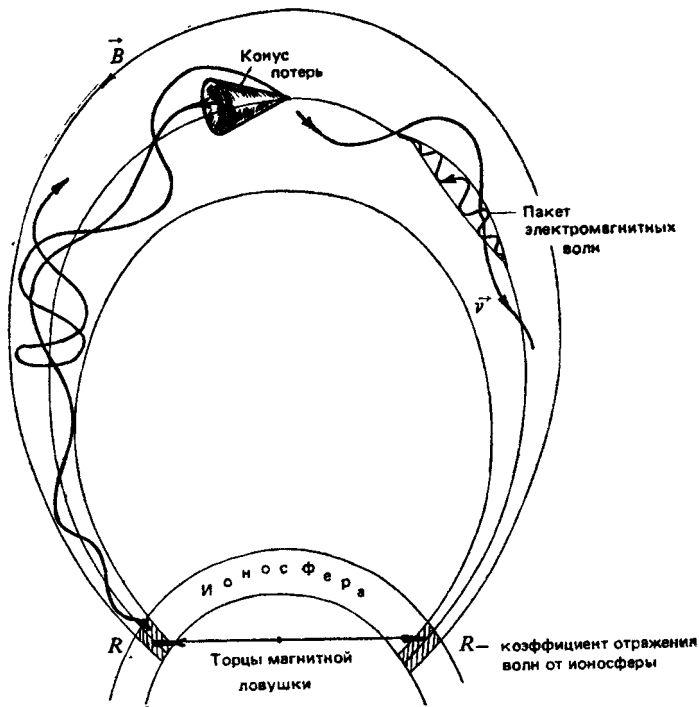
ВВЕДЕНИЕ

Мазерами* называют генераторы и усилители радиодиапазона, работа которых основана на стимулированном электромагнитном излучении распределенных осцилляторов. В квантовых генераторах в качестве осцилляторов выступают атомы и молекулы. В мазерах на циклотронном резонансе (МЦР) осцилляторами являются электроны в магнитном поле. Альфвеновские мазеры (АМ), о которых речь пойдет ниже, занимают некоторое промежуточное положение. С одной стороны, в них, как и в МЦР, роль активного вещества выполняют вращающиеся в магнитном поле электроны и ионы, взаимодействующие с электромагнитными волнами на циклотронном резонансе. С другой стороны, по характеру режимов генерации АМ больше похожи на квантовые генераторы.

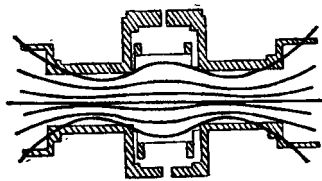
Основу АМ составляет схематически показанная на рис. 1 открытая магнитная ловушка (которую иначе называют адиабатической ловушкой или пробкотроном), заполненная плазмой. Активным веществом в АМ является высокотемпературная фракция плазмы, которая бесстолкновительна в том смысле, что длина пробега энергичных частиц между столкновениями велика по сравнению с длиной магнитной ловушки. При свободном движении частиц в магнитном поле сохраняются адиабатические инварианты Альфвена, и в пространстве скоростей формируются неравновесные распределения частиц, так как часть из них оседает на торцах и стенках системы. Наиболее широко известна возможность формирования «конуса потерь» на функции распределения. В результате этой неравновесности развиваются различные кинетические плазменные неустойчивости, соответствующие суммированию вкладов в инкремент по всем индуцированным переходам. Квазиоптическим резонатором для возбуждаемых электромагнитных волн в АМ служит сравнительно плотная замагниченная плазма и сопряженные торцы пробкотрона. Накачкой в АМ являются всевозможные источники быстрых частиц.

Рабочие моды АМ формируются альфвеновскими и свистовыми электромагнитными волнами, распространение которых определяется сравнительно плотной холодной плазмой. Эти волны канализируются магнитным полем и, отражаясь от торцов системы, могут многократно проходить область взаимодействия с частицами. В типичных условиях, когда продольные

* Слово maser — аббревиатура английского выражения: microwave amplification by stimulated emission of radiation.



а)



б)

Рис. 1. Схема альфвеновского мазера: а — в трубке геомагнитного поля; б — в лабораторной открытой плазменной магнитной ловушке

размеры АМ много больше длины электромагнитных волн, выполнено приближение геометрической оптики, а добротность плазменного резонатора высока независимо от конкретных особенностей геометрии магнитного поля.

Электромагнитные волны взаимодействуют с энергичными электронами и ионами, захваченными в магнитную ловушку. В естественных условиях это могут быть частицы радиацион-

ных поясов, окружающих планеты. Концентрация энергичных частиц часто значительно меньше, чем в фоновой плазме, и они не влияют на условия распространения волн. Легко понять, с какими частицами взаимодействуют электромагнитные волны. В АМ энергичные частицы участвуют в двух квазипериодических движениях: они вращаются в перпендикулярной магнитному полю плоскости с гирочастотой ω_B и осциллируют между зеркальными точками с баунс-частотой $\Omega_b \sim \omega_B (r_B/a)$, где r_B — гирорадиус, a — масштаб продольной неоднородности магнитного поля. Этим квазипериодическим движениям отвечают первый (поперечный) и второй (продольный) адиабатические инварианты. Из механики известно, что изменение инвариантов происходит наиболее эффективно, когда частота внешнего воздействия близка к частоте одного из квазипериодических движений и возникает резонанс осциллятора с внешним полем. В соответствии с этим альфвеновские волны с частотами $\omega \leq \omega_{Vi}$ (ω_{Vi} — гирочастота преобладающих ионов) влияют на поперечный инвариант ионов и на продольный инвариант электронов. Нарушение первого адиабатического инварианта электронов обусловлено в основном взаимодействием на циклотронном резонансе, когда частота волны сравнима с электронной гирочастотой ω_B . Поэтому динамика электронной компоненты в АМ определяется преимущественно свистовыми волнами с частотами $\omega \leq \omega_B$.

В основе работы АМ лежит циклотронная неустойчивость (ЦН) электромагнитных волн, обусловленная поперечной анизотропией распределения энергичных частиц по скоростям. Такая анизотропия органически свойственна магнитным ловушкам из-за наличия конуса потерь в пространстве скоростей. Эта инверсия населенностей обеспечивает превосходство индуцированного излучения над поглощением. В реальных условиях в АМ наряду с собственным может присутствовать излучение от сторонних источников. Например, в радиационных поясах Земли эффективными источниками свистовых волн служат атмосферные молниевые разряды и промышленные молнии. В данной работе основное внимание уделено случаю, когда в АМ преобладает собственное излучение. В такой ситуации энергичные частицы и электромагнитное излучение образуют почти замкнутую систему, которую можно изучать независимо от всего остального, задав сторонние источники и стоки частиц.

Отметим еще одно свойство альфвеновских и свистовых волн выделяющее их среди других электромагнитных возмущений замагниченной плазмы. Оказывается, что даже при изменении магнитного поля и концентрации плазмы вдоль магнитной силовой трубки на несколько порядков (это типично для космических условий) плазма остается прозрачной для альфвеновских и свистовых волн в отличие, например, от плазменных

колебаний. Более того, если критерий ЦН выполняется для электромагнитных волн в центре магнитной силовой трубки, то он выполняется и всюду вдоль нее, так как анизотропия функции распределения возрастает по мере приближения к торцам системы.

Указанные обстоятельства дают возможность развить достаточно универсальную теорию ЦН. Основы этого научного направления были заложены в статье Р. З. Сагдеева и В. Д. Шафранова [1], посвященной линейной теории ЦН бесстолкновительной плазмы с анизотропным распределением по скоростям. В работах [2, 3] указанная неустойчивость была предложена в качестве естественного источника электромагнитных волн в земных радиационных поясах и механизма сброса энергичных частиц в атмосферу. Количественное описание обоих этих процессов опирается на известную в теории плазмы систему квазилинейных уравнений [4—6]. Для магнитосферных условий квазилинейные уравнения первоначально исследовались в работе [7]. Дальнейшие этапы совершенствования теории взаимодействия волн и частиц в радиационных поясах отражены в работах [8—13] и в ряде последующих публикаций [14—26]. В течение последних десяти лет в работах [27—41] сформировались представления о земной магнитосфере как об альфвеновском мазере, они оказались особенно плодотворными при описании нелинейных и нестационарных процессов в космических и лабораторных плазменных магнитных ловушках.

На формирование данного научного направления оказали влияние достижения теории лабораторных мазеров [42, 43] и оптических квантовых генераторов — лазеров [44—46].

Физические процессы в АМ и лазерах имеют много общего. В частности, как и в твердотельных лазерах, важным свойством АМ является возможность реализации при действии постоянного источника энергичных частиц в магнитной ловушке режима релаксационных колебаний, который проявляется в квазипериодической модуляции интенсивности электромагнитного излучения, потоков захваченных и высыпающихся на торцы частиц. Часто эти колебания обладают высокой добротностью и могут возбуждаться под действием слабых периодических возмущений, модулирующих параметры АМ: добротность резонатора, концентрацию и анизотропию активного вещества. Такой процесс вполне аналогичен раскачке пиковых режимов генерации в лазерах при механических колебаниях резонатора и модуляции интенсивности накачки. Релаксационные колебания в АМ, как и в лазерах, являются первопричиной многих более сложных процессов. Так, например, при определенных условиях возможно возбуждение гигантских электромагнитных импульсов из-за нелинейных свойств холодной плазмы в магнитной ловушке или за счет нелинейной связи эффектов циклотронной

неустойчивости с гидромагнитными колебаниями силовой трубки магнитного поля.

Имеются, конечно, и принципиальные отличия АМ от их более коротковолновых аналогов. Они проявляются, например, в характере нелинейных процессов, к которым приводят высыпающиеся на торцы системы потоки энергичных частиц. Кроме того, на формирование тонкой структуры электромагнитного излучения АМ сказывается специфический баунс-резонанс, связанный с осцилляциями энергичных частиц между магнитными пробками.

Принципиальную роль может играть многоуровневость АМ, обусловленная характеристиками источника энергичных частиц, особенностями резонансных взаимодействий в плазме и существенной неоднородностью магнитного поля. Из-за этого для определенного класса источников частиц режим стационарной генерации оказывается неустойчивым, и даже без влияния дополнительных дестабилизирующих факторов в АМ устанавливаются периодические автоколебания параметров. Периодическое изменение заселенности разных уровней в ряде случаев сопровождается синхронной модуляцией спектра электромагнитного излучения.

Содержание данной книги включает изложение теории альфвеновских мазеров и некоторых ее приложений в естественных и лабораторных условиях. В первом разделе суммированы основы теории АМ. Кратко описаны свойства электромагнитных волн и характер движения заряженных частиц в плазменной магнитной ловушке. Указаны выводы линейной теории циклотронной неустойчивости. Сформулированы уравнения, лежащие в основе теории АМ, и указаны рамки их применимости.

Во втором разделе изучены стационарные режимы работы АМ, при которых поступление частиц в магнитную ловушку от источника точно компенсируется высыпаниями на торцы системы. Получены аналитические выражения для частотного спектра волн и функций распределения частиц. Проанализирована зависимость режимов удержания горячей плазмы в магнитной ловушке от мощности источника частиц.

Третий раздел посвящен теории АМ в адиабатическом приближении, которое применимо для описания закономерностей изменения характеристик электромагнитного излучения и энергичных частиц, если они происходят медленно по сравнению с периодами осцилляций энергичных частиц и волновых пакетов между точками отражения. В этом приближении исследованы релаксационные колебания, соответствующие простейшему переходному процессу в АМ. Изучена устойчивость стационарной циклотронной генерации и показано, что многоуровневость АМ может обеспечивать установление периодических автоколебаний с импульсным характером электромагнитного излучения. К аналогичному результату может приводить влия-

ние потоков высыпающихся частиц на прозрачность и спектральные характеристики зеркал, а также уменьшение объемного затухания при нагреве фоновой плазмы излучением АМ. Исследованы закономерности динамики спектра волн в режиме пиковой генерации. Выявлена важная роль резонансного взаимодействия модуляции электромагнитного излучения АМ с пульсациями магнитных трубок, возбуждаемыми периодическим изменением давления горячей плазмы при ее сбросе на торцы.

В четвертом разделе проанализированы факторы, определяющие тонкую структуру электромагнитного излучения АМ. Для изучения этого круга вопросов приходится отказаться от адиабатического приближения и учитывать быстрые пространственно-временные изменения характеристик системы, связанные с осцилляциями волн и частиц между точками отражения. Показано, что из-за нелинейности зеркал возможно развитие модуляции параметров АМ с периодом порядка времени группового распространения пакета электромагнитных волн в плазменном резонаторе. Исследована возможность модуляции электромагнитного излучения с периодом, близким к периоду баунс-колебаний энергичных частиц.

В пятом разделе обсуждаются некоторые приложения теории АМ. В настоящее время теория АМ успешно используется для объяснения стационарных и динамических процессов в радиационных поясах Земли при разных уровнях геомагнитной активности. Развитый подход оказался плодотворным для интерпретации и диагностического использования большого экспериментального материала, накопленного в результате многолетних наблюдений низкочастотных электромагнитных излучений в околоземном пространстве. Оценки параметров плазменных магнитных ловушек и предварительные расчеты показывают, что АМ могут функционировать в магнитосферах других планет, например, Юпитера, и в арках солнечной короны. Естественно, каждый из этих объектов имеет свои характерные особенности, и учет их обогащает физическую картину процессов. Надо отметить, что плазменные магнитные ловушки открытого типа используются и в лабораторных экспериментах. В таких системах часто регистрируются короткие и очень интенсивные всплески электромагнитного излучения, сопровождающиеся высыпанием горячей плазмы на торцы. Возникновение такой импульсной генерации довольно естественно объясняется в рамках теории АМ.

Нерешенные проблемы и перспективы развития теории альфвеновских мазеров обсуждаются в заключении.

1. ОСНОВЫ ТЕОРИИ АЛЬФВЕНОВСКИХ МАЗЕРОВ

Для понимания процессов в альфвеновском мазере (см. рис 1) важны знания о состоянии активного вещества — неравновесных распределениях энергичных частиц в магнитной ловушке, закономерностях распространения электромагнитных волн в квазиоптическом плазменном резонаторе, а также об эффектах взаимодействия излучения с веществом и связи указанных процессов с другими физическими явлениями. Изучение этого круга вопросов начнем с краткого суммирования известных сведений о характере движения отдельных заряженных частиц и о рабочих электромагнитных модах системы.

1.1. ЗАРЯЖЕННЫЕ ЧАСТИЦЫ И НИЗКОЧАСТОТНЫЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ В ПЛАЗМЕННЫХ МАГНИТНЫХ ЛОВУШКАХ

Анализ закономерностей движения заряженных частиц в магнитных ловушках уже давно является одним из традиционных объектов исследования. Заряженные частицы фактически могут накапливаться и удерживаться в магнитной ловушке только тогда, когда их гирорадиус r_B мал по сравнению с масштабом изменения магнитного поля a . Поэтому уравнения движения содержат малый параметр

$$(r_B/a) \ll 1. \quad (1.1)$$

С учетом этого обстоятельства движение заряженной частицы удобно описывать как ларморовское вращение вокруг сравнительно медленно дрейфующего ведущего центра [47]. Соответствующие дрейфовые уравнения движения, например для нерелятивистского электрона с зарядом e и массой m в электромагнитном поле \vec{E} , \vec{B} , записываются следующим образом [48]:

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{r}}{dt} = & v_{\parallel} \frac{\vec{B}}{B} + \frac{c}{B^2} [\vec{E} \vec{B}] + \frac{m c v_{\parallel}^2}{e B^4} [\vec{B}, (\vec{B} \nabla) \vec{B}] + \\ & + \frac{m c v_{\perp}^2}{2e B^3} [\vec{B} \nabla B] = \vec{v}_D, \end{aligned} \quad (1.2a)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = e \vec{E} \vec{v}_{\parallel} + \frac{m v_{\perp}^2}{2B} \frac{\partial B}{\partial t}, \quad (1.26)$$

$$\frac{dJ_{\perp}}{dt} = 0. \quad (1.2в)$$

Здесь \vec{r} характеризует положение ведущего центра (центра ларморовского кружка), \vec{v}_d — скорость дрейфа, v_{\parallel} и v_{\perp} — продольная и поперечная к магнитному полю компоненты скорости частицы, ω — кинетическая энергия, $J_{\perp} = m v_{\perp}^2 / 2B$ — первый (поперечный) адиабатический инвариант. Сравнительно простое дрейфовое приближение часто дает возможность выполнить расчеты с учетом реальной геометрии магнитного поля. Отметим, что точность дрейфового приближения специально изучалась во многих теоретических и экспериментальных работах (см., например, [49, 50]).

Поведение ансамбля большого числа заряженных частиц каждого сорта принято описывать функцией распределения $f(t, \vec{r}, v_{\parallel}, J_{\perp})$. Задачей дрейфовой кинетической теории является нахождение плотности распределения частиц в пространстве переменных $\vec{r}, v_{\parallel}, J_{\perp}$. Левая часть дрейфовой кинетической уравнения представляет собой уравнение непрерывности в указанных переменных [51]

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \text{div}(\vec{v}_d f) + \frac{\partial}{\partial v_{\parallel}}(\dot{v}_{\parallel} f) = \text{st } f, \quad (1.3)$$

а стоящий справа интеграл столкновений должен быть записан через v_{\parallel} и J_{\perp} . Входящее в уравнение (1.3) ускорение $\dot{v}_{\parallel} =$

$$= \frac{d v_{\parallel}}{dt}$$

можно найти с помощью соотношений (1.2б) и (1.2в).

Уравнения движения показывают, что частицы в магнитных ловушках участвуют в нескольких квазипериодических движениях. Во-первых, они крутятся в перпендикулярной к магнитному полю плоскости. Модуль угловой скорости

$$\omega_B = \frac{|e|B}{m c} \quad (1.4)$$

называют гирочастотой электрона. В этом разделе формулы чаще будут записываться для электронов. Аналогичные выражения для ионов получаются после замены $e \rightarrow -ze$, $m \rightarrow mi$.

Например,

$$\omega_{vi} = |z_i e| B / m_i c.$$

Во-вторых, частицы осциллируют между магнитными пробками с баунс-частотой Ω_b . Кроме того, частицы сравнительно медленно дрейфуют поперек неоднородного изогнутого магнитного поля. Если такое движение носит циклический характер, то ему тоже отвечает частота Ω_d .

Из механики известно, что каждому квазипериодическому движению отвечает адиабатический инвариант — действие, определяемое интегралом от обобщенного импульса по траектории соответствующего периодического движения [52, 53]:

$$J = \oint \left(\vec{p} + \frac{e}{c} \vec{A} \right) d\vec{l}, \quad (1.5)$$

где \vec{p} — импульс частицы, \vec{A} — вектор-потенциал электромагнитного поля. Поэтому в магнитной ловушке без учета столкновений и других воздействий у частиц с экспоненциальной точностью сохраняются три действия:

$$\begin{aligned} J_1 &= \frac{\pi c p_{\perp}^2}{|e| B}, \\ J_2 &= \oint p_{\parallel} dz, \\ J_3 &= \frac{e}{c} \Phi, \end{aligned} \quad (1.6)$$

отвечающие движениям с частотами ω_b , Ω_b и Ω_d соответственно. Практически вместо действия J_1 часто используют эквивалентное ему выражение $J_{\perp} = |e| J_1 / 2\pi m c$ — первый (поперечный) адиабатический инвариант, равный в нерелятивистском случае магнитному моменту частицы. Физический смысл перехода к поперечному адиабатическому инварианту в том, что он сохраняется не только в электромагнитном, но и в гравитационном поле. В свою очередь, действие J_2 называют вторым (продольным) адиабатическим инвариантом J_{\parallel} . Входящая в выражение для третьего адиабатического инварианта величина Φ представляет собой магнитный поток через траекторию, описываемую частицей при ее циклическом дрейфовом движении. Наряду с третьим адиабатическим инвариантом обычно вводят магнитную оболочку L , на которой находится частица ($L = \Phi_{\max} / \Phi$). Например, для дипольного магнитного поля величина L равна расстоянию от центра планеты до вершины магнитной трубки, выраженному в радиусах планеты. Таким

образом, движение заряженных частиц в магнитной ловушке принято характеризовать следующими величинами:

$$\begin{aligned}
 J_{\perp} &= \frac{p_{\perp}^2}{2mB}, \\
 J_{\parallel} &= \oint p_{\parallel} dz, \\
 L &= \frac{\Phi_{\max}}{\Phi}.
 \end{aligned}
 \tag{1.7}$$

При изучении движения частиц иногда удобно рассматривать пространство скоростей в центре магнитной ловушки* $v_{\parallel L}$, $v_{\perp L}$ (продольная и поперечная компоненты скорости частицы в момент прохождения центрального сечения). С индексом L принято записывать величины в центре магнитной ловушки. Для конкретных расчетов наряду с уже введенными полезными оказываются также такие переменные, как модуль скорости v и синус экваториального питч-угла $\kappa = v_{\perp L}/v$. В постоянном магнитном поле модуль скорости является точным интегралом движения. Поэтому, если частица в магнитном поле движется свободно, то из условия сохранения модуля скорости и первого адиабатического инварианта J_{\perp} легко найти координату точки отражения z , так как

$$\frac{v_{\perp L}^2}{B_L} = \frac{v^2}{B(z)}.
 \tag{1.8}$$

Энергичные частицы, которые отражаются магнитными пробками достаточно далеко от торцов ловушки, могут двигаться без столкновений. С уменьшением поперечной энергии частица на некотором отрезке своей траектории все ближе подходит к торцам. В лабораторных установках это приводит к отражению частиц на стенки, а в условиях земной магнитосферы энергичные частицы заходят в ионосферу и остаются на высотах порядка 200 км из-за высокой частоты столкновений. Поэтому в случае потерь

$$\kappa < \kappa_c = \sigma^{-1/2}
 \tag{1.9}$$

нет движущихся свободно частиц. Эффективность магнитной ловушки во многом зависит от общего перепада магнитного поля, определяемого пробочным отношением, равным отношению максимального и минимального значений магнитного поля $\sigma = B_{\max}/B_{\min}$. Например, в дипольном магнитном поле

* Предполагается, что минимальное значение магнитного поля достигается в центральном сечении.

$$\sigma = L^3 \left(4 - \frac{3}{L} \right)^{1/2} \quad (1.10)$$

и пробочное отношение в области земных радиационных поясов $\sigma \sim 10^2$.

Реально адиабатические инварианты могут эффективно нарушаться из-за рассеяния на волнах. При этом, в частности, происходит изменение величины κ и часть частиц высыпается в ионосферу. Во введении уже отмечалось, на какие частицы влияют какие волны. Чтобы какой-то из адиабатических инвариантов эффективно изменялся, частота воздействия должна быть порядка частоты соответствующего квазипериодического движения. Из-за этого гидромагнитные волны влияют на все три адиабатические инварианты протонов, а также на второй и третий инварианты электронов. Взаимодействие электронов с волнами в первую очередь связано с изменением первого адиабатического инварианта. Соответственно динамику энергичных, но не релятивистских электронов в плотной плазме контролируют в основном свистовые волны.

Практически наиболее интересны случаи, когда высыпание энергичных частиц на торцы компенсируется источниками частиц. Источником энергичных частиц в АМ может служить внешняя инжекция и различные ускорительные процессы: бета-тронное ускорение при увеличении магнитного поля, ускорение плазменной турбулентностью и т. д. В радиационных поясах важным источником является диффузионный перенос частиц с периферии магнитосферы в область сильного магнитного поля, который также сопровождается ускорением. В свою очередь, холодную плазму, по крайней мере в магнитосферных условиях, можно считать стационарной, равновесной и полностью ионизованной, причем высокая степень ионизации поддерживается энергичными частицами. Холодная плазма образуется на торцах системы в ионосфере под действием фотонионизации и других естественных процессов, а затем диффузионным образом заполняет магнитную силовую трубку. В реальных условиях концентрация холодной плазмы n_p часто значительно превосходит концентрацию энергичных частиц n

$$n \ll n_p. \quad (1.11)$$

Последнее неравенство обычно дает возможность пренебречь влиянием горячей компоненты плазмы на условиях распространения электромагнитных волн. В плотной холодной плазме велики частоты столкновений, и при анализе волновых движений адекватными оказываются различные варианты квазигидродинамического описания волновых процессов.

Для дальнейшей конкретизации рабочих мод АМ необходимо хотя бы кратко напомнить закономерности распространения

низкочастотных электромагнитных волн с частотами ниже гирочастоты электронов ($\omega < \omega_B$). Можно ожидать, что эффективно взаимодействовать с энергичными частицами могут волны, которые канализируются магнитным полем, так как они, отражаясь от торцов магнитной ловушки, многократно проходят область взаимодействия*. Как известно, в плазме такими свойствами обладают альфвеновские и свистовые волны. Оба вида волн принципиально связаны с существованием магнитного поля в плазме. Под действием поля волны и постоянного магнитного поля частицы совершают сложное движение и ток зарядов не компенсирует тока смещения даже на частотах ниже плазменной частоты

$$\omega_p = \left(\frac{4\pi e^2 n_p}{m} \right)^{1/2}. \quad (1.12)$$

Линейные волны в однородной плазме с пространственно-временной зависимостью $\exp[i(\vec{\kappa} \vec{r} - \omega t)]$ изучались в огромном количестве работ, многие результаты которых суммированы в монографии [54] и обзоре [55]. Закономерности распространения волн характеризуются дисперсионным уравнением, связывающим частоту ω с волновым вектором $\vec{\kappa}$, и выражениями, определяющими поляризацию. При анализе вопросов распространения волн дисперсионное уравнение принято разрешать относительно показателя преломления.

$$n_\alpha = \frac{\kappa c}{\omega}, \quad (1.13)$$

где индекс указывает на тип волны. Дисперсионное уравнение в интересующих нас случаях имеет сравнительно простой вид [55]. Для альфвеновских волн с достаточно низкими частотами $\omega \ll \omega_{Bi}$ при углах распространения, не очень близких к перпендикулярному к магнитному полю направлению $\left(\left| \frac{\pi}{2} - \theta \right| > \right.$

$$\left. > \sqrt{\frac{m}{m_i}} \right),$$

$$n_A^2 = \frac{c^2}{v_A^2 \cos^2 \theta}. \quad (1.14)$$

* Для электростатической турбулентности характерны низкие групповые скорости, и она тоже может долго находиться в области взаимодействия. Однако эффективность такого взаимодействия быстро падает с увеличением энергии частиц.

Здесь $v_A = c \omega_{Bi} / \omega_{pi}$ — альфвеновская скорость, ω_{pi} и ω_{Bi} — плазменная частота и гирочастота преобладающих ионов фоновой плазмы, θ — угол между волновым вектором \vec{k} и магнитным полем \vec{B} , m и m_i — масса электрона и иона. Альфвеновские волны линейно поляризованы в перпендикулярной к магнитному полю плоскости, причем электрическое поле перпендикулярно проекции волнового вектора на эту плоскость.

Дисперсионное уравнение свистовых волн часто с необходимой точностью можно записать в следующем виде (см. далее (1.31)):

$$n_w^2 = 1 + \frac{\omega_p^2}{\omega \omega_B |\cos \theta| - \omega^2 + \omega_*^2}, \quad (1.15)$$

где ω_p и ω_B — плазменная и гирочастота электронов ($\omega_p > \omega_B$), $\omega_*^2 = \omega_B \omega_{Bi} \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_{pi}^2}\right)$. Формула (1.15) написана для диап-

зона частот $\omega_{Bi} \ll \omega \leq \omega_B$, когда движение ионов учитывать необходимо, но влиянием магнитного поля на их движение можно пренебречь, и соответствует так называемому квазипродольному приближению [54], когда выполняется неравенство $[\omega \omega_B \sin^2 \theta / 2 (\omega_p^2 - \omega^2) \cos \theta]^2 \ll 1$. В простейшем случае, когда $\omega_{Bi} \ll \omega \ll \omega_B$ и $\left| \frac{\pi}{2} - \theta \right| > (m/m_i)^{1/2}$, из (1.15) получаем:

$$n_w^2 = \frac{\omega_p^2}{\omega \omega_B |\cos \theta|}. \quad (1.16)$$

Для свистовой волны с дисперсионным уравнением (1.16) характерна круговая поляризация в перпендикулярной волновому вектору плоскости, причем вектор электрического поля вращается в сторону гировращения электронов.

Пакет электромагнитных волн, как известно, распространяется с групповой скоростью

$$\vec{v}_{гp} = \frac{\partial \omega}{\partial \vec{k}}. \quad (1.17)$$

Например, групповая скорость альфвеновских волн с дисперсионным уравнением (1.14) параллельна магнитному полю. Анализируя условия канализации свистовых волн в рамках выражения (1.15) с $\omega_* \ll \omega$, нетрудно проверить теорему Стори [56, 57], согласно которой угол между групповой скоростью и магнитным полем у свистовых волн не превосходит $19^\circ 29'$.

Практически довольно важным является соотношение между магнитным и электрическим полями в волнах. Для альфвенов-

ской и свистовой волн прямо из уравнения Максвелла в спектральной форме $\vec{B}_{\kappa} = \frac{c}{\omega} [\kappa \vec{E}_{\kappa}]$ следует, что

$$n_{A,w} \vec{E}_{\kappa} = \vec{B}_{\kappa}, \quad (1.18)$$

то есть в плотной плазме эти волны преимущественно магнитные. Отсюда сразу вытекает важный вывод о том, что альфвеновские и свистовые волны в основном изменяют направление скорости заряженных частиц, а не их энергию.

Применение теоремы Пойтинга к квазимонохроматическому волновому пакету $E_j(t, r) = \vec{E}_j(t, r) \exp[i(\kappa r - \omega t)]$ позволяет определить среднюю по времени плотность электромагнитной энергии [55]

$$\varepsilon = \frac{\partial \omega^2 \varepsilon_{ij}}{\partial \omega^2} \frac{E_i^* E_j}{8\pi} \quad (1.19)$$

и поток энергии

$$\vec{S} = \varepsilon \vec{v}_{гр}. \quad (1.20)$$

Во многих случаях рассмотрение свойств низкочастотных электромагнитных волн в однородной плазме является хорошей основой для понимания процессов в АМ. Дело в том, что часто длина электромагнитных волн $2\pi/\kappa$ много меньше пространственного масштаба изменения характеристик среды a

$$\kappa a \gg 1, \quad (1.21)$$

и за период электромагнитных колебаний в среде не происходит сколько-нибудь заметных возмущений. В плавнонеоднородной и стационарной среде весьма полное представление о собственных модах плазменного резонатора можно получить на основе геометрико-оптического приближения, согласно которому энергия электромагнитных волн переносится вдоль групповых траекторий, которые вместе с закономерностями изменения волнового вектора определяются следующей системой уравнений гамильтоновского типа [58]:

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{r}}{dt} &= \frac{\partial \omega}{\partial \kappa}, \\ \frac{d\kappa}{dt} &= - \frac{\partial \omega}{\partial r}, \end{aligned} \quad (1.22)$$

Где $\omega = \omega(\kappa, r)$ — дисперсионное уравнение, содержащее неоднородность среды как параметр.

Анализу условий распространения низкочастотных электромагнитных волн в рамках уравнений (1.22) посвящено очень много работ (см., например, [59—61]). Для успешного развития теории АМ важно знать, как долго удерживается в магнитной трубке электромагнитная энергия, если сначала волновые векторы были ориентированы вдоль магнитного поля. Отмеченные выше свойства групповой скорости обеспечивают возможность многократных осцилляций пакета альфвеновских и свистовых волн между торцами магнитной ловушки. Поэтому рефракционные потери в АМ могут быть малыми, и добротность плазменного резонатора в значительной степени определяется затуханием в фоновой плазме и коэффициентом отражения электромагнитных волн R от торцов.

В свою очередь, при изучении взаимодействия электромагнитных волн с энергичными частицами существен характер фазовых траекторий, определяющих направление волно-

вого вектора $\vec{\kappa}$ в каждой точке групповой траектории. Дело в том, что условия возбуждения волн горячей анизотропной компонентой плазмы во многом зависят

от направления $\vec{\kappa}$. В частности, циклотронное усиление на нормальном эффекте Доплера (см. разд. 1.2) в чистом виде имеет место только для продольного распро-

странения, когда $\vec{\kappa} \parallel \vec{B}$. При отвороте волнового вектора от направления магнитного поля усиление на нормальном эффекте Доплера начинает подавляться поглощением на аномальном эффекте Доплера и на черенковском резонансе. Указанный эффект особенно важен для альфвеновских волн [62], у которых групповая скорость направлена вдоль магнитного поля.

Канализации низкочастотных электромагнитных волн и слежению волнового век-

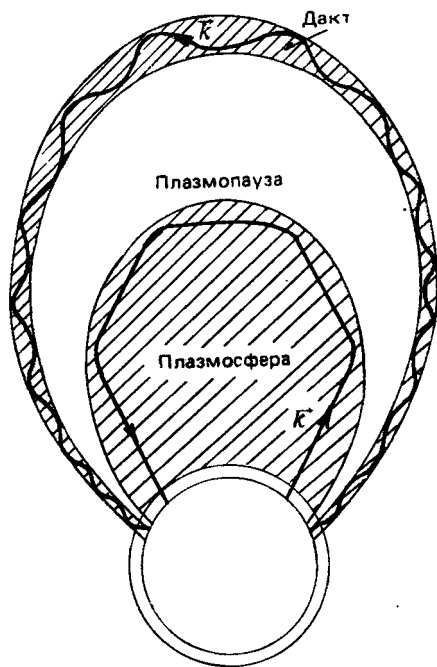


Рис. 1.1. Примеры фазовых траекторий с почти продольным распространением волн в условиях геомагнитной ловушки: а — траектории в дактах с повышенной концентрацией фоновой плазмы; б — траектории типа шепчущей галереи под сводом плазмопаузы

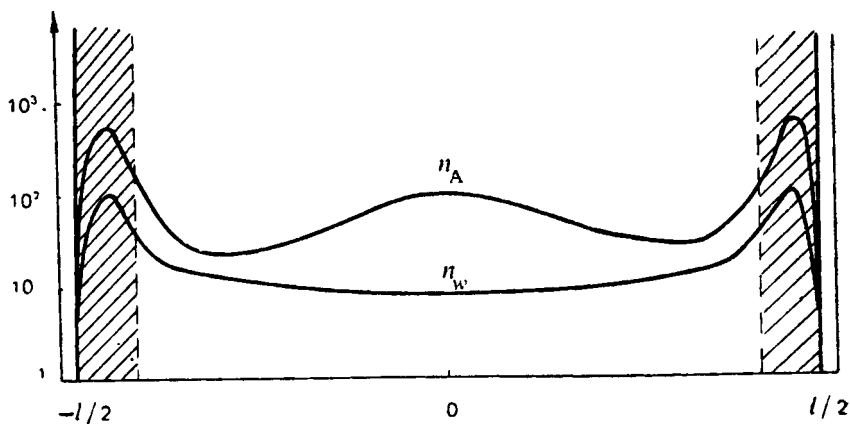


Рис. 1.2. Изменение показателей преломления свистовых (n_w) и альфвеновских (n_A) волн вдоль силовой линии магнитного поля. Заштрихованные области соответствуют сопряженным областям ионосферы

тора за магнитным полем способствуют вытянутые вдоль него неоднородности концентрации фоновой плазмы (в магнитосферных условиях это плазмопауза и дакты) [57, 63—67]. Примеры фазовых траекторий с близким к продольному распространением в условиях геомагнитной ловушки показаны на рис. 1.1.

Для оценки добротности плазменного резонатора важно знать закономерности отражения электромагнитных волн от торцов магнитной ловушки. Например, в условиях земной магнитосферы роль зеркал в АМ выполняют ионосфера и поверхность планеты в северном и южном полушариях.¹ На рис. 1.2 изображены типичные зависимости показателя преломления альфвеновской и свистовой волн $n_{A,w}$ от координаты z вдоль оси ловушки ($z=0$ в экваториальной плоскости). На приведенном рисунке обращает на себя внимание сравнительно резкое возрастание показателя преломления вблизи торцов, обусловленное наличием максимума ионизации в слое F ионосферы. От поверхности Земли ионосферу отделяет воздушный промежуток толщиной порядка 100 км, в котором показатель преломления близок к единице.

Распространение свистовых волн в магнитосфере и ионосфере обычно следует закономерностям геометрической оптики*, и отражение происходит от поверхности Земли, которую в соответствующем диапазоне частот можно считать идеальным проводником. При этом в слоях D и E из-за соударений электронов с нейтралами происходит поглощение волн. Детальные рас-

* В нижней части свистового диапазона на частотах $\omega/2\pi < 1$ кГц приближение геометрической оптики не всегда выполняется.

четы поглощения свистовых волн в ионосфере можно найти в работах [10, 68, 69]. При продольном распространении ($\vec{\kappa} \parallel \vec{B}$) коэффициент поглощения свистовых волн κ определяется следующими выражениями:

$$\kappa \simeq \begin{cases} \frac{\omega_p}{(\omega \nu_e)^{1/2}}, & \nu_e > \omega_B \text{ (D-слой);} \\ \frac{n_w \nu_e}{2\omega_B}, & \nu_e < \omega_B \text{ (E-слой),} \end{cases} \quad (1.23)$$

где ν_e — частота соударений электронов с нейтралами, n_w — показатель преломления свистовых волн. Хорошо известно [54], что с учетом эффектов затухания модуль коэффициента отражения равен

$$R = \exp\left(-\frac{2\omega}{c} \int \kappa dz\right), \quad (1.24)$$

где интегрирование ведется по всей толще ионосферы. Коэффициент отражения (1.24) падает с ростом концентрации ионосферной плазмы, а зависимость от температуры электронов не столь очевидна. В частности, если основное поглощение происходит в слое D , то с ростом температуры коэффициент R может возрастать. Указанные свойства важны для оценки влияния нелинейности зеркала на работу АМ, к ним мы еще вернемся в дальнейшем.

Свои сложности есть и в расчете коэффициента отражения альфвеновских волн [70]. Для них ионосфера по толщине сравнима с длиной волны и представляет собой своеобразный резонатор. Естественно, без учета диссипации в ионосфере и идеальном отражении от Земли коэффициент отражения $R=1$. Однако в реальных условиях существенной оказывается дисси-

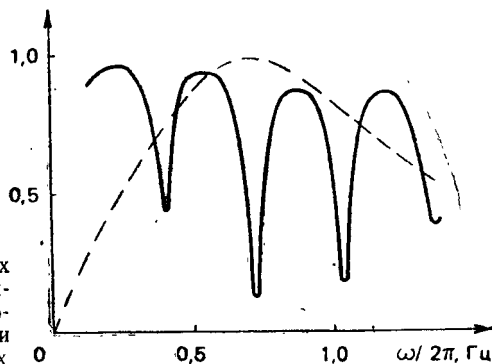


Рис. 1.3. Примеры частотных зависимостей модуля коэффициента отражения R от ионосферы (сплошная линия) и усиления Γ альфвеновских волн (пунктирная линия)

пация альфвеновских волн в расположенном внутри ионосферного резонатора слое E . Расчеты, выполненные с учетом диссипации, показали возможность существования резонансных пиков на частотной зависимости модуля коэффициента отражения [71]. Пример такой зависимости изображен на рис. 1.3. Положение максимумов функции $R(\omega)$ и их высота определяются значением показателя преломления в ионосферном резонаторе и величиной диссипации в слое E . Эти параметры могут меняться под действием высыпавшихся в ионосферу потоков энергичных частиц, и поэтому в ряде случаев коэффициент отражения оказывается существенно нелинейным элементом.

Фактически энергообмен низкочастотных электромагнитных волн с веществом происходит не только в ионосфере, но и в магнитосфере. Для его учета в недавних работах по численному моделированию магнитосферного распространения [60, 61] принималось в расчет усиление и затухание волн. Как известно, для последовательного описания таких процессов удобно перейти от переменных Лагранжа, в которых записано уравнение (1.22), к переменным Эйлера. После такого перехода энергетический баланс геометрико-оптического приближения описывается кинетическим уравнением для волн [55, 72]:

$$\frac{\partial \epsilon_{\vec{\kappa}}}{\partial t} + v_{\text{гp}} \frac{\partial \epsilon_{\vec{\kappa}}}{\partial r} - \frac{\partial \omega}{\partial r} \frac{\partial \epsilon_{\vec{\kappa}}}{\partial \kappa} = \alpha + 2\gamma \epsilon_{\vec{\kappa}}, \quad (1.25)$$

где характеристики стоящего в левой части дифференциального оператора являются уравнениями движения волнового пакета (1.22). Правая часть уравнения (1.25) учитывает энергетическое взаимодействие электромагнитных волн со средой вплоть до членов, линейных по спектральной плотности энергии волн $\epsilon_{\vec{\kappa}}$.

Поясним происхождение слагаемых, стоящих в правой части уравнения (1.25). В магнитном поле заряженная частица движется с ускорением и уже поэтому излучает электромагнитные волны. В вакууме распределение магнитотормозного излучения по циклотронным гармоникам и направлениям определяется классическими формулами Шотта [73]. Если учесть, что заряженная частица движется не в вакууме, а в плазме, выражения для мощности излучения становятся более сложными. Так, мощность, излучаемая заряженной частицей на s -й гармонике гирочастоты в одну из нормальных волн $\vec{E}_{\vec{\kappa}}$ в интервале

волновых векторов $\vec{\kappa}, \vec{\kappa} + d\vec{\kappa}$, определяется следующим выражением [74, 75]:

$$\begin{aligned}
G_{\kappa, s} = & \frac{2}{\pi} e^2 v_{\perp}^2 \left(\frac{\partial \omega^2 \varepsilon_{ij} E_{\rightarrow} E_{\rightarrow}^*}{\omega \partial \omega} \right)^{-1} \times \\
& \times \left| \frac{s(\kappa_{\perp} \cdot \vec{E}_{\rightarrow})}{\lambda \kappa_{\perp}} J_s(\lambda) + i \frac{(\kappa_{\perp} \times \vec{E}_{\rightarrow})_{\parallel}}{\kappa_{\perp}} J_s'(\lambda) + \right. \\
& \left. + \frac{v_{\parallel}}{v_{\perp}} E_{\rightarrow} J_s(\lambda) \right|^2 \delta(\omega - \kappa_{\parallel} v_{\parallel} - s \omega_B), \quad (1.26)
\end{aligned}$$

где ε_{ij} — компоненты тензора диэлектрической проницаемости [55], $J_s(\lambda)$ — функция Бесселя с аргументом $\lambda = \kappa_{\perp} v_{\perp} / \omega_B$, $J_s' = dJ_s/d\lambda$. Полное суммирование мощностей излучения отдельных частиц в единице объема дает излучательную способность среды, учтенную в уравнении (1.25) коэффициентом α . Такое спонтанное излучение электромагнитных волн слегка изменяет и функцию распределения частиц. Этот эффект учитывается силой реакции излучения [55], которая в кинетическое уравнение (1.3) пересчитывается как часть столкновительного члена, не пропорциональная плотности энергии волн.

Хорошо известно, что в случае многих частиц взаимодействие излучения с ними не сводится только к спонтанному излучению. Основную роль обычно играет как раз не оно, а когерентное излучение, обусловленное индуцированными переходами в поле электромагнитной волны. Формально это проявляется в том, что в плазме с разбросом по скоростям дисперсионное уравнение (1.13) даже при действительном значении волно-

вого вектора $\vec{\kappa}$ имеет комплексное решение для частоты ω . Действительная часть частоты по-прежнему определяется плотной холодной плазмой с помощью соотношений типа (1.14) — (1.16). Мнимая часть частоты зависит от функции распределения энергичных частиц и пересчитывается как инкремент γ в кинетическое уравнение для волн (1.25).

В следующем разделе будут проанализированы особенности возбуждения электромагнитных волн в АМ, для которых, как уже отмечалось, характерна неравновесная функция распределения с конусом потерь в пространстве скоростей. При этом, как и почти всюду в дальнейшем, для сокращения числа одинаковых выкладок будем выписывать формулы для взаимодействия энергичных электронов со свистовыми волнами. Процессы взаимодействия энергичных протонов с альфавеновскими волнами в основном аналогичны, и часто результаты для них можно получить простым изменением обозначений. Это и не удивительно, так как обе эти электромагнитные волны поляризованы в плоскости, перпендикулярной волновому вектору. Соответственно одинаковую структуру имеют силы Лоренца, действующие

щие на электроны и протоны. Поэтому основные формулы, записанные через волновой вектор, оказываются просто одинаковыми. Некоторые отличия возникают, когда их переписывают через частоту, используя дисперсионные уравнения (1.14) и (1.15). Естественно, указанные тонкости будут специально отмечаться и обсуждаться.

1.2. ЛИНЕЙНАЯ ТЕОРИЯ ЦИКЛОТРОННОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ

Перейдем теперь к анализу условий самовозбуждения альфвеновского мазера. Для этого нужно найти усиление волн в АМ и сравнить его с полными потерями. Величина усиления волн $\Gamma(\omega)$, обусловленного их взаимодействием с энергичными частицами на всем пути распространения ($-l/2 \leq z \leq l/2$) волнового пакета между зеркалами системы, определяется интегралом от входящего в уравнение переноса [72] коэффициента усиления η

$$\Gamma = \int_{-l/2}^{+l/2} \eta dz, \quad (1.27)$$

где $\eta = 2\gamma/v_{гр}$ — коэффициент усиления. С помощью кинетического уравнения для волн (1.25) легко показать, что критерий самовозбуждения АМ записывается следующим образом:

$$2\Gamma \geq 2 \int_{-l/2}^{+l/2} \frac{\nu}{v_{гр}} dz + |\ln(R_1 \cdot R_2)|, \quad (1.28)$$

где ν — декремент, характеризующий объемное затухание волн, а R_1 и R_2 — коэффициенты отражения от каждого из двух торцов. Если существенны рефракционные потери электромагнитной энергии из магнитной трубки, то их можно учесть как эффективное увеличение декремента затухания.

Усиление $\Gamma(\omega)$ как функция частоты качественно отражает зависимость спектра возбуждаемых электромагнитных волн от степени анизотропии, концентрации плазмы и других параметров. Общее выражение для входящего в формулу (1.27) коэффициента усиления электромагнитной волны в нерелятивистской плазме можно записать в следующем виде [76]:

$$\eta = 2\gamma/v_{гр} = \frac{8\pi^3}{m v_{гр}} \sum_{s=-\infty}^{+\infty} \int G_{\vec{\kappa},s} \left(\frac{s\omega_B}{\omega v_{\perp}} \frac{\partial}{\partial v_{\perp}} + \right. \\ \left. + \frac{\kappa_{\parallel}}{\omega} \frac{\partial}{\partial v_{\parallel}} \right) f d^3v. \quad (1.29)$$

Здесь v_{\parallel} и v_{\perp} — составляющие скорости частицы вдоль и поперек магнитного поля \vec{B} ; f — функция распределения энергичных частиц по скоростям, нормированная на концентрацию горячей плазмы $\left(\int f d^3 v = n \right)$; $v_{гр}$ — групповая скорость волн; $G_{\kappa, s}$ — мощность излучения электромагнитных волн частицей (1.26). Угловую зависимость выражения (1.29) сравнительно просто проанализировать, принимая во внимание формулу (1.26), которую для конкретных расчетов удобно записать как

$$G_{\kappa, s} = \frac{e^2 \omega v_{гр} |\cos \theta|}{2\pi c^2 \kappa (1 + e_x^2 \cos^2 \theta)} \left[\left(e_x \frac{v_{\perp}}{\lambda} - e_z v_{\parallel} \right) J_s + v_{\perp} J_s' \right]^2 \delta(\omega - \kappa_{\parallel} v_{\parallel} - s \omega_B), \quad (1.30)$$

где $\vec{e} (i e_x, 1, i e_z)$ — вектор поляризации волны в системе координат с осью z вдоль направления магнитного поля, а вектор $\vec{\kappa}$ лежит в плоскости x, z .

В интересующей нас области низких частот ($\omega \ll \omega_B |\cos \theta|$) общее выражение для квадрата показателя преломления альфвеновских и свистовых волн записывается следующим образом [55]:

$$n_{A, \omega}^2 = \left(\frac{\kappa c}{\omega} \right)^2 = \frac{\varepsilon (1 + \cos^2 \theta) \pm \sqrt{\varepsilon^2 \sin^4 \theta + 4g^2 \cos^2 \theta}}{2 \cos^2 \theta}. \quad (1.31)$$

Например, с верхним знаком эта формула обобщает дисперсионное уравнение альфвеновских волн (1.14), для которых при конечном отношении ω/ω_{Bi} становятся существенными эффекты дисперсии. Дисперсионное уравнение (1.31) содержит компоненты тензора диэлектрической проницаемости холодной плазмы. Этот тензор в системе координат с осью z в направлении магнитного поля записывается в виде матрицы [55]

$$\varepsilon_{ij} = \begin{pmatrix} \varepsilon & i g & 0 \\ -i g & \varepsilon & 0 \\ 0 & 0 & \eta \end{pmatrix} \quad (1.32)$$

с компонентами

$$\begin{aligned} \varepsilon &= 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_B^2} - \frac{\omega_p^2 p_i}{\omega^2 - \omega_{Bi}^2}, \\ g &= \frac{\omega_B \omega_p^2}{\omega (\omega^2 - \omega_B^2)} - \frac{\omega_{Bi} \omega_p^2 p_i}{\omega (\omega^2 - \omega_{Bi}^2)}, \\ \eta &= 1 - \frac{\omega_p^2 + \omega_p^2 p_i}{\omega^2}, \end{aligned} \quad (1.33)$$

где ω_{pi} и ω_{vi} — плазменная и гирочастота положительно заряженных ионов. Через компоненты тензора диэлектрической проницаемости выражаются входящие в выражение (1.30) составляющие вектора поляризации волны

$$e_x = \frac{g}{n^2 \cos^2 \theta - \epsilon}, \quad e_z = \frac{n^2 g \sin \theta \cos \theta}{(n^2 \cos^2 \theta - \epsilon) \eta}. \quad (1.34)$$

В дипольном приближении, когда аргумент функций Бесселя

$$\lambda = \frac{\kappa_{\perp} v_{\perp}}{\omega_B} < 1, \quad (1.35)$$

основной вклад в коэффициент усиления (1.29) дают нулевая и первые гармоники $s=0, \pm 1$. Подстановка выражений (1.31) — (1.34) приводит к следующему результату. При достаточно малых углах между волновым вектором и магнитным полем ($\theta < \theta_{\max}$) вкладом от черенковского резонанса [77] ($s=0$) и резонанса на аномальном эффекте Доплера ($s=-1$) можно пренебречь. Величина угла θ_{\max} существенно разная в случае альфвеновских и свистовых волн

$$\sin^2 \theta_{\max A} \approx \frac{\omega}{\omega_{vi}}, \quad \theta_{\max w} \approx 1. \quad (1.36)$$

Более подробно этот вопрос изучен в работах [31, 78, 79].

В случае продольного распространения ($\theta=0$) коэффициент усиления записывается следующим образом:

$$\eta = \frac{2\pi^3 e^2}{m c^2 \kappa} \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} v_{\perp}^2 \delta(\omega - \kappa_{\parallel} v_{\parallel} - \omega_B) \left(\frac{\omega_B}{v_{\perp}} \frac{\partial}{\partial v_{\perp}} + \right. \\ \left. + \kappa \frac{\partial}{\partial v_{\parallel}} \right) f dv_{\parallel} dv_{\perp}^2. \quad (1.37)$$

Вычислим усиление $\Gamma(\omega)$ для функции распределения

$$f = C_q J_{\perp}^q \exp\left(-\frac{v^2}{v_0^2}\right), \quad (1.38)$$

где $C_q = n_L 2^q B_L^q / \pi^{3/2} \Gamma(q+1) m v_0^{2q+3}$ — нормировочная константа, $\Gamma(q+1)$ — гамма-функция, $J_{\perp} = m v_{\perp}^2 / 2B$ — первый адиабатический инвариант, $v^2 = v_{\parallel}^2 + 2J_{\perp} B/m$, n_L — концентрация энергичных частиц в центральном сечении магнитной ловушки. Функция распределения (1.38) при соответствующем подборе параметра анизотропии q и средней энергии $\omega_0 = m v_0^2 / 2$ довольно хорошо аппроксимирует реальные распределения

частиц в АМ как в естественных, так и в лабораторных условиях. При этом распределение концентрации энергичных частиц вдоль магнитной ловушки определяется формулой

$$n(z) = n_L [B_L/B(z)]^q. \quad (1.39)$$

Подстановка функции распределения (1.38) под интеграл в (1.37) дает следующее выражение для коэффициента усиления:

$$\eta = \frac{4\pi^{3/2} e^2 n_L}{m c^2 v_0 \kappa^2} \left[q \omega_B - (q+1) \omega \right] \exp \left[-\frac{(\omega_B - \omega)^2}{\kappa^2 v_0^2} \right]. \quad (1.40)$$

В дальнейших расчетах, где это понадобится, мы используем параболическую аппроксимацию магнитного поля

$$B = B_L \left(1 + \frac{z^2}{a^2} \right). \quad (1.41)$$

Зависимость (1.41) хорошо описывает изменение магнитного поля вблизи центрального сечения магнитной ловушки, где и происходит большинство интересующих нас явлений.

Распределение концентрации холодной плазмы вдоль магнитной ловушки будем считать подобным распределению магнитного поля

$$n_p = n_{pL} (B/B_L). \quad (1.42)$$

Такое распределение холодной плазмы, с одной стороны, неплохо соответствует экспериментальным данным о земной магнитосфере [66, 80], а с другой — сильно упрощает анализ вопросов распространения свистовых волн, для которых при $\omega \ll \omega_{BL}$ плазменный резонатор близок к однородному с $n_w = \text{const}$ (1.16).

Усиление $\Gamma(\omega)$ нетрудно вычислить по формуле (1.27) с использованием выражения (1.40) в двух предельных случаях, когда $\beta_* \gg 1$ и $\beta_* < 1$, где

$$\beta_* = \left(\frac{\omega_{pL} v_0}{\omega_{BL} c} \right)^2 = n_{pL} \frac{m v_0^2}{2} \left(\frac{B_L^2}{8\pi} \right)^{-1}, \quad (1.43)$$

где n_{pL} — концентрация холодной плазмы в центральном сечении магнитной ловушки. Показатели преломления альфвеновских и свистовых волн по-разному меняются вдоль магнитной ловушки и по-разному связаны с частотой. Поэтому выражения для усилений этих волн будут несколько отличаться. Однако как в том, так и в другом случае основной вклад во взаимодействие на циклотронном резонансе вносит область, примыкающая к центральному сечению магнитной ловушки. Поэтому качественные закономерности, характерные для ЦН, общие для обоих типов волн.

Для определенности рассмотрим усиление свистовых волн. При $\beta_* \gg 1$ из выражения (1.40) следует, что частотный максимум функции $\Gamma(\omega)$ лежит в области низких частот $\omega \ll \omega_{BL}$. Используя это упрощающее обстоятельство с учетом (1.41) и (1.42), получаем

$$\Gamma(\omega) = \begin{cases} \frac{n_L a \omega_{BL}^{3/2}}{n_{pL} v_0 \beta_*^{1/2} \omega^{3/2}} [q(\beta_* \omega + 3\omega_{BL}) - 3(q+1)\omega], \\ \text{если } \omega > \omega_{BL}/\beta_*; \\ \frac{\pi n_L a}{\sqrt{2} n_{pL} v_\Phi} [q\omega_{BL} - (q+1)\omega] \exp\left(-\frac{\omega_{BL}}{\beta_* \omega}\right), \\ \text{если } \omega < \omega_{BL}/\beta_*, \end{cases} \quad (1.44)$$

где $v_\Phi = c/n_w$ — фазовая скорость.

В случае $\beta_* < 1$ показатель экспоненты в выражении (1.40) относительно велик и быстро растет при удалении от центра магнитной ловушки (с ростом z). Поэтому при интегрировании (1.27) можно воспользоваться методом Лапласа. В результате имеем

$$\Gamma = \frac{\pi n_L a}{\sqrt{2} n_{pL} \tilde{v}} [q\omega_{BL} - (q+1)\omega] \exp\left[-\frac{\omega_{BL}}{\beta_* \omega} \left(1 - \frac{\omega}{\omega_{BL}}\right)^3\right], \quad (1.45)$$

где $\tilde{v} = (c/\omega_{pL}) \sqrt{\omega \left(\omega_{BL} + \frac{\omega}{2}\right)}$. Зависимость усиления $\Gamma(\omega)$ от частоты при $\beta_* < 1$ изображена на рис. 1.4.

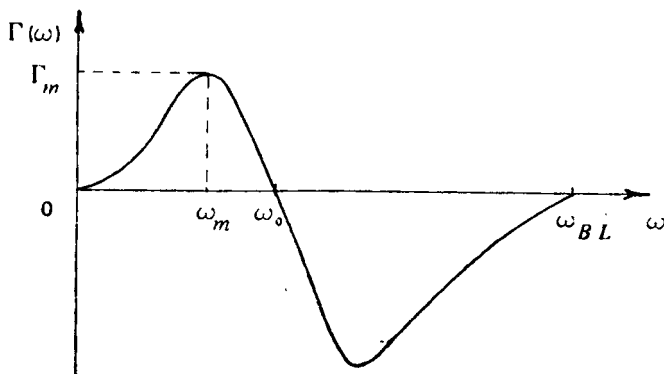


Рис. 1.4. Частотная зависимость усиления Γ при однократном прохождении радиационного пояса пакетом свистовых волн

Обсудим некоторые качественные следствия формул (1.44) и (1.45). В плотной плазме, когда $\beta_* \gg 1$, частота, на которой максимально усиление $\Gamma(\omega)$, равна*

$$\omega_m = \omega_{BL} / \beta_*, \quad (1.46)$$

а максимум усиления

$$\Gamma_{\max} = \frac{n_L a \omega_{PL} \beta_*^{1/2}}{n_{PL} c} (4,31 q - 3,22 \beta_*^{-1}). \quad (1.47)$$

При более низкой концентрации холодной плазмы, когда $\beta_* < 1$, максимальная частота в спектре излучения, на которой $\Gamma = 0$, зависит только от степени анизотропии

$$\omega_0 = \frac{q}{(q+1)} \omega_{BL}. \quad (1.48)$$

Максимум усиления Γ при $\beta_* < 1$ и $\omega \ll \omega_{BL}$ приходится на частоту

$$\omega_m = \left[-1 - \frac{1}{2} q \beta_* + \sqrt{\left(1 + \frac{1}{2} q \beta_* \right)^2 + 2q \beta_*} \right] \frac{\omega_{BL}}{\beta_*} \quad (1.49)$$

и равен

$$\Gamma_{\max} = \frac{\pi n_L a}{\sqrt{2} n_{PL} v_\phi} (q \omega_{BL} - \omega_m) \exp \left(-\frac{\omega_{BL}}{\beta_* \omega_m} \right). \quad (1.50)$$

1.3. УРАВНЕНИЯ САМОСГЛАСОВАННОЙ ТЕОРИИ АЛЬФВЕНОВСКИХ МАЗЕРОВ И ОСНОВНЫЕ ПРИБЛИЖЕНИЯ

При выполнении условий самовозбуждения (1.28) амплитуды неустойчивых волн начинают экспоненциально расти. Рост продолжается до тех пор, пока не скажется обратное воздействие волн на излучающие частицы. Как известно, такие эффекты учитываются при исследовании общих вопросов плазменной турбулентности. Для достаточно широких по частоте (а точнее по фазовым скоростям) пакетов электромагнитных волн со случайными фазами и гладких функций распределения частиц в практике плазменных исследований используется квазилинейная теория [4—7, 81—83], которая базируется на усредненном (по быстрым с частотой волны осцилляциям) описании процессов взаимодействия частиц и волн.

В большинстве случаев экспериментальные данные относительно электромагнитных излучений, связанных с работой АМ (например, в магнитосфере Земли), свидетельствуют о квази-

* Отметим, что для альфвеновских волн $\omega_m = (\omega_{BL} / \beta_*^{1/2})_i$.

шумовом характере этих сигналов. Указанное обстоятельство позволяет взять квазилинейное приближение в последующих разделах за основу при построении теории АМ.

Естественно, что по мере сужения частотного спектра и роста спектральной интенсивности излучения квазилинейное описание становится, вообще говоря, неприменимым. Такая ситуация характерна, например, для электронных приборов, предназначенных для генерации квазимонохроматических сигналов. При специальных условиях сигналы такого типа возбуждаются и в АМ. К настоящему времени нелинейная теория взаимодействия частиц и квазимонохроматических волн получила достаточно полное развитие для случая однородного магнитного поля (см., например, [84]). Существенный прогресс достигнут и в исследовании циклотронного взаимодействия в неоднородном магнитном поле [85, 86]. Соответствующие результаты имеют непосредственное отношение к теории АМ. В данном разделе круг вопросов, касающихся квазимонохроматического излучения, будет затронут очень кратко с акцентом на условия применимости квазилинейного описания. Детальный анализ этой очень важной проблемы выходит за рамки настоящей книги и заслуживает специального рассмотрения.

1.3.1. Исходные уравнения квазилинейной теории

Допустим, что в однородном магнитном поле заряженная частица поглотила квант электромагнитных волн ω , $\vec{\kappa}$. Тогда для приращений энергии и продольного импульса из условий сохранения получаем

$$\begin{aligned} \Delta \left(\frac{m v^2}{2} \right) &= \hbar \omega, \\ \Delta(m v_{\parallel}) &= \hbar \kappa_{\parallel}. \end{aligned} \quad (1.51)$$

Это отнюдь не значит, что в задаче важны квантовые эффекты, и в конечные формулы постоянная Планка \hbar , конечно, не входит. Из системы (1.51) следует, что $\Delta(m v_{\perp}^2 / 2) + \hbar \kappa_{\parallel} v_{\parallel} = \hbar \omega$.

В свою очередь, перескоки частиц в магнитном поле при поглощении кванта происходят между уровнями Ландау. Поэтому $\Delta(m v_{\perp}^2 / 2) = s \hbar \omega_B$, где s — целое число. Следствием двух приведенных соотношений является хорошо известное условие эффективного взаимодействия волн и частиц в магнитном поле (условие Доплера)

$$\omega - \kappa_{\parallel} v_{\parallel} = s \omega_B. \quad (1.52)$$

Кроме того, из системы (1.51) следует равенство $\Delta v^2 =$

$= (2\omega/\kappa_{\parallel}) \Delta v_{\parallel}$. Заменяя в нем κ_{\parallel} из условия (1.52), находим, что взаимодействующая с электромагнитной волной частица в пространстве скоростей перемещается вдоль так называемых линий диффузии

$$W = v^2 - \frac{\omega}{s\omega_B} v_{\perp}^2 = \text{const}, \quad (1.53)$$

имеющих форму эллипсов.

В предыдущем разделе были проанализированы закономерности возбуждения свистовых и альфвеновских волн в АМ за счет взаимодействия с энергичными частицами на циклотронном резонансе (1.52) с $s=1$. При этом не учитывалось обратное воздействие волн на частицы, связанное с перемещением последних вдоль эллипсов (1.53) в пространстве скоростей. Как известно, это влияние становится существенным уже при умеренных интенсивностях, и его можно учесть в рамках квазилинейной теории слаботурбулентной плазмы [4—7, 81—83].

Квазилинейная теория базируется на самосогласованной системе кинетических уравнений для частиц и волн. Кинетическое уравнение для волн (1.25) уже обсуждалось в разд. 1.1. Добавим теперь к нему второе фундаментальное уравнение квазилинейной теории для функции распределения частиц по скоростям $f(t, \vec{r}, \vec{v})$. В результате получаем общую нерелятивистскую систему квазилинейных уравнений

$$\begin{aligned} & \frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v}_{\perp} \nabla f + \frac{v_{\perp} v_{\parallel}}{2B} \frac{\partial B}{\partial z} \frac{\partial f}{\partial v_{\perp}} - \\ & - \frac{v_{\perp}^2}{2B} \frac{\partial B}{\partial z} \frac{\partial f}{\partial v_{\parallel}} = \frac{df}{dt} = \frac{8\pi^3}{m^2} \sum_{s=-\infty}^{+\infty} \int (\Lambda_s G_{\vec{\kappa}, s} \varepsilon_{\vec{\kappa}, s} f) d^3 \kappa, \end{aligned} \quad (1.54a)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \varepsilon_{\vec{\kappa}}}{\partial t} + \frac{\partial \omega}{\partial \vec{\kappa}} \frac{\partial \varepsilon_{\vec{\kappa}}}{\partial \vec{r}} - \frac{\partial \omega}{\partial \vec{r}} \frac{\partial \varepsilon_{\vec{\kappa}}}{\partial \vec{\kappa}} = \\ & = \frac{d \varepsilon_{\vec{\kappa}}}{dt} = 2\gamma \varepsilon_{\vec{\kappa}}; \end{aligned} \quad (1.54b)$$

$$\gamma = \frac{4\pi^3}{m} \sum_{s=-\infty}^{+\infty} \int (G_{\vec{\kappa}, s} \Lambda_s f) d^3 v. \quad (1.54b)$$

Здесь введены дифференциальные операторы

$$\Lambda_s = \frac{1}{v_{\perp}} \frac{\partial}{\partial v_{\perp}} \frac{s\omega_B}{\omega} + \frac{\partial}{\partial v_{\parallel}} \frac{\kappa_{\parallel}}{\omega}, \quad (1.55)$$

$$\Lambda_s = \frac{s \omega_B}{\omega v_{\perp}} \frac{\partial}{\partial v_{\perp}} + \frac{\kappa_{\parallel}}{\omega} \frac{\partial}{\partial v_{\parallel}},$$

а специфика свистовых и альфвеновских волн проявляется в том, что мощность $G_{\kappa, s}$ определяется формулой (1.30); величина $\epsilon \rightarrow d^3 \kappa$, как и раньше, представляет собой объемную плотность энергии волн в интервале волновых чисел $(\vec{\kappa}, \vec{\kappa} + d\vec{\kappa})$.

Систему (1.54) следует дополнить соответствующими начальными и граничными условиями, которые при дальнейшем анализе различных частных случаев будут сформулированы отдельно. Естественно, в общем виде полную систему квазилинейных уравнений (1.54), включающих также соотношение для коэффициента усиления η (1.29), решать практически невозможно. Однако здесь на помощь приходят упрощающие физические соображения, отражающие характерные особенности основных режимов работы АМ.

1.3.2. Предел редких столкновений

Одним из основных режимов работы АМ является режим «редких столкновений» частиц и волн. Для него характерно малое изменение адиабатических инвариантов движения частиц в магнитной ловушке из-за диффузии на волнах за один период баунс-осцилляций. Вследствие этого в теории появляется малый параметр $T_b/T_D \ll 1$, где $T_b = \oint dz/v_{\parallel}$ — период баунс-осцилляций, T_D — характерное время изменения адиабатических инвариантов частиц из-за диффузии на волнах. С учетом сделанных замечаний в уравнениях (1.54) удобно перейти к новым переменным $\mu = (B_L/B) \sin^2 \varphi$ и v , которые являются адиабатическими инвариантами движения в отсутствие диффузии на волнах. Примем во внимание еще одно обстоятельство. Как уже отмечалось в разд. 1.1, в теории АМ важную роль играет случай почти продольного распространения волн ($\vec{\kappa} \parallel \vec{B}$), когда в сумме по s можно оставить только один член $s=1$, соответствующий циклотронному резонансу на нормальном эффекте Доплера.

Для почти продольного распространения ($\theta=0$) система (1.54) в новых переменных (μ, v) запишется следующим образом [31]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial t} + v_{\parallel} \frac{\partial f}{\partial z} = & -\frac{8\pi^3}{m^2} \int \left\{ \left[\frac{1}{v^2} \frac{\partial}{\partial v} + \right. \right. \\ & + \frac{2}{v^2} \sqrt{1-\mu} \frac{B}{B_L} \frac{\partial}{\partial \mu} \left(\frac{\omega_{BL}/\omega - \mu}{\sqrt{1-\mu} B/B_L} \right) \left. \right] G_{\kappa,1} \varepsilon_{\kappa} \left[\frac{1}{v} \frac{\partial f}{\partial v} + \right. \\ & \left. \left. + \frac{2}{v^2} \left(\frac{\omega_{BL}}{\omega} - \mu \right) \frac{\partial f}{\partial \mu} \right] \right\} d\kappa + j, \end{aligned} \quad (1.56a)$$

$$\frac{\partial \kappa^2 \varepsilon_{\kappa}}{\partial t} + v_{\text{гp}} n_{\alpha}^2 \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\kappa^2 \varepsilon_{\kappa}}{n_{\alpha}^2} \right) = (2\gamma - \nu) \kappa^2 \varepsilon_{\kappa} + \alpha \kappa^2; \quad (1.56б)$$

$$\begin{aligned} \gamma = & \frac{4\pi^4 B}{m B_L} \int_0^{\infty} \int_{\mu_c}^{B_L/B} G_{\kappa,1} \left[\frac{1}{v} \frac{\partial f}{\partial v} + \frac{2}{v^2} \left(\frac{\omega_{BL}}{\omega} - \mu \right) \frac{\partial f}{\partial \mu} \right] \times \\ & \times \frac{v^2}{\sqrt{1-\mu} B/B_L} d\mu dv, \end{aligned} \quad (1.56в)$$

где мощность $G_{\kappa,1}$ определяется формулами (1.30)–(1.34).

$$G_{\kappa,1} = \frac{e^2 \omega v_{\text{гp}}}{4\pi c^2 \kappa} v_{\perp}^2 \delta(\omega - \kappa v_{\parallel} - \omega_B). \quad (1.57)$$

В свою очередь, j — мощность источника быстрых частиц, $v_{\parallel} = \pm v(1 - \mu B/B_L)^{1/2}$; $\mu_c = \sigma^{-1}$ — граница конуса потерь. Отметим, что в формуле (1.56а), так же как и в (1.54а), надо сначала проинтегрировать по κ , а уже затем дифференцировать. В уравнении (1.56б) величина $\kappa^2 \varepsilon_{\kappa}$ представляет собой поток энергии в единичном интервале частот через магнитную силовую трубку с единичным сечением, ν характеризует объемное затухание волн.

Правая часть уравнения (1.56а) фактически пропорциональна малому параметру T_b/T_D , так как частицы совершают быстрые периодические движения, на которые накладывается слабое воздействие со стороны свистовых и альфвеновских волн. Аналогично пакет волн многократно переотражается от торцов ловушки, а его амплитуда медленно меняется из-за циклотронного взаимодействия. Описанный характер процессов позволяет применить к решению задачи метод усреднения. В дальнейшем будем различать два случая. Первый из них соответствует медленным по сравнению с характерными временными масштабами T_b и $T_{\text{гp}}$ изменениям параметров системы. Этот случай мы будем называть адиабатическим приближением в теории АМ. Второй случай касается режимов с быстрыми пространст-

венно-временными вариациями параметров АМ, когда возникает модуляция потоков частиц и интенсивности излучения с частотами, близкими к собственным $\Omega_b = 2\pi/T_b$ и $\Omega_{гр} = 2\pi/T_{гр}$. Эти режимы, во многом определяющие тонкую структуру излучения АМ, будут подробно рассмотрены в разд. 4. Здесь же продолжим рассмотрение адиабатического приближения.

Процедура получения усредненных уравнений адиабатического приближения фактически сводится к действию на обе части уравнения (1.56а) оператора $T_b^{-1} \oint dz/v_{||}$ в предполо-

жении, что f не зависит от z . Аналогично нужно подействовать оператором $T_{гр}^{-1} \oint dz/v_{гр}$ на обе части уравнения (1.56б).

Усредненная система уравнений имеет следующий вид [31]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial t} = & \frac{1}{T_b} \int_{(\omega_{BL}-\omega)/v}^{\infty} \left\{ \frac{1}{v^3} \frac{\partial}{\partial v} v + \right. \\ & \left. + \frac{2}{v^3} \frac{\partial}{\partial \mu} \left(\frac{\omega_{BL}}{\omega} - \mu \right) \right\} \frac{B_L}{\pi m B(z_{рез})} v_{гр}(z_{рез}) Q E_{\kappa} \left[\frac{1}{v} \frac{\partial F}{\partial v} + \right. \\ & \left. + \frac{2}{v^2} \left(\frac{\omega_{BL}}{\omega} - \mu \right) \frac{\partial F}{\partial \mu} \right] d\kappa + J, \end{aligned} \quad (1.58a)$$

$$\frac{\partial E_{\kappa}}{\partial t} = \frac{1}{T_{гр}} (2\Gamma - v_{\nu} T_{гр} + \ln R_1 R_2) E_{\kappa}, \quad (1.58б)$$

$$\begin{aligned} \Gamma = & \int_{\frac{\omega_{BL}-\omega}{v}}^{\infty} \left\{ \int_{\mu_c}^{1 - \left(\frac{\omega_{BL}-\omega}{\pi v}\right)^2} Q \left[\frac{1}{v} \frac{\partial F}{\partial v} + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{2}{v^2} \left(\frac{\omega_{BL}}{\omega} - \mu \right) \frac{\partial F}{\partial \mu} \right] d\mu \right\} v^2 dv, \end{aligned} \quad (1.58в)$$

$$Q = \frac{4\pi^3 e^2 \mu v^3 \omega}{m c^2 \omega^2_{BL}} l_{эф}. \quad (1.58г)$$

$$\text{Здесь } F = T_b^{-1} \oint (f/v_{||}) dz; \quad J = T_b^{-1} \oint (j/v_{||}) dz;$$

$$E_{\kappa} = T_{гр}^{-1} \oint (\varepsilon_{\kappa}/v_{гр}) dz; \quad T_{гр} = 2 \int_{-l/2}^{+l/2} dz/v_{гр}; \quad v_{\nu} = \oint (v/v_{гр}) dz$$

характеризует объемное затухание; координата точки резонансного взаимодействия волн и частиц $z_{рез}$ — корень уравнения

$\omega_B(z_{\text{рез}}) - \omega = \kappa v \sqrt{1 - \mu} B(z_{\text{рез}})/B_L$; эффективная длина взаимодействия $l_{\text{эф}}(\kappa, \mu, v) = \left| \frac{(\omega_B - \omega)}{\omega_B^2} \cdot \frac{\partial}{\partial z} (\omega - \kappa v_{\parallel} - \omega_B) \right|^{-1}_{z=z_{\text{рез}}}$

Усредненная функция распределения $F(t, \mu, v)$ нормирована на полное число энергичных частиц в силовой трубке сечением 1 см^2 у основания

$$N = \pi \sigma \int_0^{\infty} \int_{\mu_c}^1 T_b F v^3 d\mu dv \quad (1.59)$$

Спектральная плотность $E_{\kappa}(t)$ и плотность энергии волн связаны соотношением

$$E = \int_0^{\infty} E_{\kappa} d\kappa. \quad (1.60)$$

В достаточно плотной холодной плазме ($\beta_* \gg 1$), когда $\omega \ll \omega_{BL}$, преобладающей является диффузия поpitch-углам, т.е. по μ , а диффузия по энергиям ослаблена в ω_{BL}/ω раз. В этом случае система (1.58) значительно упрощается и может быть записана следующим образом:

$$\frac{\partial F}{\partial t} = \frac{1}{T_b} \frac{\partial}{\partial \mu} \left(\mu \Lambda \frac{\partial F}{\partial \mu} \right) + I - \delta F, \quad (1.61a)$$

$$\frac{\partial E_{\kappa}}{\partial t} = \frac{1}{T_{\text{гп}}} (2I - \nu_V T_{\text{гп}} + I \eta R_1 R_2) E_{\kappa}, \quad (1.61b)$$

$$\Lambda = 2 \left(\frac{4\pi e}{m c v} \right)^2 \int_{\omega_{BL}/v \sqrt{1-\mu}}^{\infty} l_{\text{эф}} \frac{B_L}{B(z_{\text{рез}})} \frac{E_{\kappa}}{\kappa} d\kappa, \quad (1.61b)$$

$$\Gamma = (2\pi)^3 \frac{|e|}{c B_L \omega} \int_{\omega_{BL}/\kappa}^{\infty} \int_{\mu_c}^1 l_{\text{эф}} \mu v^3 \frac{\partial F}{\partial \mu} d\mu dv, \quad (1.61г)$$

$$l_{\text{эф}} = \left| \frac{1}{\omega_B} \frac{\partial}{\partial z} (\kappa v_{\parallel} + \omega_B) \right|^{-1}_{z=z_{\text{рез}}}. \quad (1.61д)$$

Последний член в уравнении (1.61a) описывает потери, обусловленные попаданием частиц в конус потерь. В нем

$$\delta = \begin{cases} T_c^{-1}, & \mu \leq \mu_c; \\ 0, & \mu > \mu_c. \end{cases} \quad (1.62)$$

где $\mu_c = (B_L/B_{\max}) = \sigma^{-1}$ отвечает границе с конусом потерь, B_{\max} — магнитное поле на уровне торцов, σ — пробочное отношение, $T_c = l/2v$.

При произвольном соотношении частот $\omega \ll \omega_{BL}$ существенных упрощений можно добиться в приближении узкого частотного спектра волн. Для этого в системе (1.58) удобно перейти к переменным одномерной диффузии с помощью следующей замены:

$$\mu = \mu, \quad W = v^2 - \left(\frac{\omega}{\omega_{BL}} \right) \mu v^2, \quad (1.63)$$

где ω — средняя частота в спектре электромагнитных волн. Подстановка (1.63) в систему (1.58) с учетом малой ширины спектра приводит квазилинейные уравнения к виду, близкому к (1.61) (см. работу [8]).

Трудность решения системы (1.61) во многом связана со сложностью функции $I_{\omega\Phi}(\kappa, \mu, v)$. Поэтому ее целесообразно проанализировать более внимательно, учитывая, что в соответствии с использованным в уравнениях (1.58) определением

$$I_{\omega\Phi}^{-1} = \left\| \left[1 - \frac{\omega}{\omega_B} - \frac{(\omega_B - \omega)^2}{\omega_B \kappa} \frac{\partial \kappa}{\partial \omega_B} + \frac{\kappa^2 v^2 \mu}{2\omega_{BL} \omega_B} \right] \frac{1}{\omega_B} \frac{\partial \omega_B}{\partial z} \right\|_{z=z_{\text{рез}}} \quad (1.64)$$

В наиболее интересном для дальнейшего рассмотрения случае, когда $\omega \ll \omega_{BL}$ и $\kappa \approx \text{const}$, получаем более простую формулу

$$I_{\omega\Phi}^{-1} = \left(1 + \frac{\kappa^2 v^2 \mu}{2\omega_{BL} \omega_B} \right) \left\| \frac{1}{\omega_B} \frac{\partial \omega_B}{\partial z} \right\|_{z=z_{\text{рез}}} \quad (1.65)$$

Используя параболическую аппроксимацию (1.41) для магнитного поля из условия циклотронного резонанса в виде $\omega_B = \kappa v \sqrt{1 - \mu \omega_B / \omega_{BL}}$, нетрудно найти, что

$$\xi = \left(\frac{\omega_B}{\omega_{BL}} \right) \Big|_{z=z_{\text{рез}}} = \frac{\kappa^2 v^2 \mu}{2\omega_{BL}^2} \left(\sqrt{1 + \left(\frac{2\omega_{BL}}{\kappa v \mu} \right)^2} - 1 \right), \quad (1.66a)$$

$$\left(\frac{1}{\omega_B} \frac{\partial \omega_B}{\partial z} \right) \Big|_{z=z_{\text{рез}}} = \frac{2}{a \xi} (\xi - 1)^{1/2}. \quad (1.66b)$$

Теперь входящие в систему (1.61) выражения $\Lambda(t, \mu, v)$ и $I_{\omega\Phi}(\kappa, \mu, v)$ можно записать в явном виде

$$\Lambda = \frac{4\pi a \omega_{BL} \omega^2 p_L}{n_{pL} m c^2 v^3} \int_{\omega_{BL}/\sqrt{1-\mu}}^{\infty} \frac{\Psi_1}{\kappa^2} E_{\kappa} d\kappa, \quad (1.67a)$$

$$l_{\text{эф}} = \frac{a}{2} \frac{\kappa v}{\omega_{BL}} \psi_2. \quad (1.676)$$

Отметим, что при сделанных упрощениях $T_b = 2\pi a/v \mu^{1/2}$, $T_{\text{гр}} = \kappa l/\omega$, а функции $\psi_{1,2}$ с учетом формул (1.66) равны соответственно

$$\psi_1 = \left\{ 1 - \left[1 + \left(\frac{2\omega_{BL}}{\kappa v \mu} \right)^2 \right]^{-1/2} \right\} \left\{ \left[\left(\frac{\mu}{2} \right)^2 + \left(\frac{\omega_{BL}}{\kappa v} \right)^2 \right]^{1/2} - \frac{\mu}{2} + \left(\frac{\omega_{BL}}{\kappa v} \right)^2 \right\}^{-1/2}, \quad (1.68a)$$

$$\psi_2 = \psi_1 \left\{ \left[\left(\frac{\mu}{2} \right)^2 + \left(\frac{\omega_{BL}}{\kappa v} \right)^2 \right]^{1/2} - \frac{\mu}{2} \right\}. \quad (1.68б)$$

Полезно выписать упрощенные выражения для $\psi_{1,2}$ при малых и больших значениях μ . В случае $(\kappa v \mu / \omega_{BL})^2 \ll 1$ имеем

$$\psi_1 = \left(\frac{\kappa v}{\omega_{BL}} \right)^2 \ll 1, \quad \psi_2 = \left(\frac{\kappa v}{\omega_{BL}} - 1 \right)^{-1/2}. \quad (1.69)$$

В другом предельном случае, когда $(\kappa v \mu / \omega_{BL})^2 \gg 1$, получаем

$$\psi_1 = \frac{2\omega_{BL}}{\kappa v} \mu^{-3/2} (1-\mu)^{-1/2}, \quad \psi_2 = \frac{\omega_{BL}^2}{\kappa^2 v^2 \mu} \psi_1. \quad (1.70)$$

1.3.3. Предел частых столкновений

Выше был рассмотрен наиболее типичный для АМ случай относительной слабой диффузии по питч-углам, когда

$$T_b \ll T_D. \quad (1.71)$$

Однако в условиях действия достаточно интенсивных источников энергичных частиц в АМ может выполняться обратное неравенство

$$T_D \ll T_b. \quad (1.72)$$

При этом частица испытывает много столкновений с волнами на одном пролете между магнитными пробками. Естественно, что в таком режиме сильной диффузии функция распределения остается почти изотропной, так как малейшие отклонения от изотропии быстро ликвидируются диффузией на турбулентных пульсациях. При слабой анизотропии частоты электромагнитных волн сравнительно низкие ($\omega \ll \omega_{BL}$), и преобладает диффузия по питч-углам. Указанные факторы позволяют существ-

венно упростить анализ квазилинейных уравнений и в предельном случае (1.72). При этом квазилинейное уравнение для функции распределения удобно записать в следующем виде:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + vx \frac{\partial f}{\partial z} - \frac{v(1-x^2)}{2B} \frac{\partial B}{\partial z} \frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_{xx} \frac{\partial f}{\partial x} \right) + j, \quad (1.73a)$$

$$D_{xx} = \frac{32\pi^3 \omega^2 B}{m^2 v^4 x^2} \sum_{s=-\infty}^{+\infty} \int \left(\frac{s}{\omega} \right)^2 G_{\kappa, s} \varepsilon_{\kappa} d^3 \kappa, \quad (1.73б)$$

где $x = v_{\parallel} / v = \cos \varphi$. Уравнение (1.73) нетрудно получить из

общей системы (1.51), если в ней перейти к переменным (v, x) и пренебречь диффузией по v .

Критерий (1.72) соответствует рассмотренному в работах [30, 87, 88] режиму турбулентного разлета, когда частица, «сталкиваясь» с волнами, совершает случайные блуждания вдоль магнитного поля. Чтобы перейти от уравнения (1.73a) к диффузионному уравнению в координатном пространстве, выделим из функции распределения малую анизотропную часть в явном виде, представив

$$f = f_0 + \Delta f, \quad (1.74)$$

где $f_0 = \langle f \rangle = (1/2) \int_{-1}^{+1} f dx$, $|\Delta f| \ll f$. Усредняя уравнение (1.73a) по x , получаем

$$\frac{\partial f_0}{\partial t} + v \left(\frac{\partial}{\partial z} - \frac{\partial \ln B}{\partial z} \right) \langle x \Delta f \rangle = j_0, \quad (1.75)$$

где $j_0 = (1/2) \int_{-1}^{+1} j dx$. Если теперь вычтуть (1.75) из исходного уравнения (1.73a) и оставить лишь главные члены, будем иметь

$$vx \frac{\partial f}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_{xx} \frac{\partial \Delta f}{\partial x} \right). \quad (1.76)$$

Пронтегрируем равенство (1.76) по x и учтем граничное условие $D_{xx}(\partial \Delta f / \partial x) = 0$ при $x = \pm 1$. После этого можно записать

$$\frac{\partial \Delta f}{\partial x} = (x^2 - 1) \frac{v}{2D_{xx}} \frac{\partial f_0}{\partial z}. \quad (1.77)$$

Подставляя соотношение (1.77) в усредненное уравнение (1.75), в результате интегрирования по частям получаем

$$\frac{\partial f_0}{\partial t} = \frac{v^2}{8} B \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \frac{1}{B} \left[\int_{-1}^{+1} \frac{(1-x^2)^2}{D_{xx}} dx \right] \frac{\partial f_0}{\partial z} \right\} + j_0. \quad (1.78)$$

Аналогичным образом, переходя в выражении для инкремента (1.51) к переменным (v, x) и используя соотношение (1.77), напомним

$$\gamma = \frac{4\pi^3}{m} \sum_{s=-\infty}^{+\infty} \int G_{\rightarrow} \left[\frac{1}{v} \frac{\partial f_0}{\partial v} + \frac{s \omega_B (1-x^2)}{\omega v x D_{xx}} \frac{\partial f_0}{\partial x} \right] d^3 v. \quad (1.79)$$

Уравнения (1.736), (1.78) и (1.79) представляют собой замкнутую систему для описания динамики АМ в режиме сильнойpitch-угловой диффузии (1.72).

1.4. ОБСУЖДЕНИЕ УСЛОВИЯ ПРИМЕНИМОСТИ КВАЗИЛИНЕЙНОГО ПРИБЛИЖЕНИЯ

Известно [89, 90], что квазилинейные уравнения справедливы только в приближении слабой турбулентности, когда плотность энергии волн ϵ много больше энергии равновесных флуктуаций ϵ_T , но много меньше равновесной плотности энергии плазмы* $n_p T$. Взаимодействие волн с частицами и волн с волнами много важнее парных столкновений, и процессы в плазме можно рассматривать как слабое взаимодействие волновых возмущений, структура которых известна из линейной теории.

Чтобы броуновское движение частиц в пространстве скоростей подчинялось уравнению Фоккера—Планка, сила Лоренца, действующая на частицу со стороны самосогласованного поля, должна быть дельта-коррелированной. Фактически, конечно, достаточно, чтобы время корреляции $t_{\text{кор}}$ электромагнитной силы, которое для квазишумовых сигналов совпадает с обратной шириной частотного спектра $(\Delta \omega)^{-1}$, было много меньше всех нелинейных временных масштабов системы

$$\omega^{-1} \ll (\Delta \omega)^{-1} \ll \tau, \quad (1.80a)$$

$$t_{\text{кор}} \ll t_{\text{рел}} \ll t_{\text{нел}}. \quad (1.80б)$$

Период колебаний τ скорости частицы, захваченной в поле монохроматической электромагнитной волны, который фигурирует в соотношении (1.80a), можно найти, решая уравнение движения с нелинейной силой Лоренца. В применении к свистам и альфвеновским волнам такая задача исследовалась во многих работах [84, 89—98]. Отсылая к ним за деталями, запишем

$$\tau = (h \kappa \omega_B v_{\perp})^{-1/2}, \quad (1.81)$$

где $h = b/B$ — относительная амплитуда магнитного поля волны, κ — волновое число. Согласно (1.81) неравенство (1.80a) выполняется при достаточно малой амплитуде волны,

* Точнее, некоторой характерной плотности энергии, равной $\frac{1}{4} n_p m^2 v_{\phi}^2$.

где v_{ϕ} — фазовая скорость волн.

при этом частицы не захвачены одной волной, а перемещаются от одного резонанса к другому, с ним перекрывающемуся.

В свою очередь, неравенства (1.80б) показывают, что за время квазилинейной релаксации $t_{\text{рел}} \sim \gamma^{-1}$ электромагнитную силу можно считать дельта-коррелированной, а другие нелинейные эффекты не успевают проявиться. Прежде всего это должно выполняться для нелинейного рассеяния волн на частицах, трехволновых процессов и самофокусировки (см., например, [99—101]), а для других нелинейных эффектов соответствующее нелинейное время $t_{\text{нел}}$ обратно пропорционально более высокой степени плотности энергии волн.

Таким образом, теоретическое описание процессов в АМ во многом зависит от характера электромагнитного излучения, в частности от степени его монохроматичности, и других факторов, к которым следует отнести свойства источника частиц (мощность и разброс скоростей в нем), степень однородности магнитного поля и величину коэффициента отражения от торцов.

Условия (1.80) не учитывают в явной форме неоднородности магнитной ловушки. В ряде случаев учет неоднородности расширяет возможности квазилинейного описания. Согласно проведенным в работах [85, 104] исследованиям неоднородность магнитного поля препятствует образованию захваченных частиц, если выполнено следующее неравенство:

$$2|\alpha|\tau^2 > 1, \quad (1.82)$$

где τ определяется соотношением (1.81), коэффициент α равен

$$\alpha = \frac{\kappa}{4} \left(-\frac{dv_{\text{рез}}^2}{dz} + \frac{v_{\perp}^2}{B} \frac{dB}{dz} \right); \quad (1.83)$$

$$v_{\text{рез}} = (\omega - \omega_B) \kappa^{-1}.$$

Из выражений (1.82)—(1.83) следует, что эффекты захвата частиц волной проявляются в основном в экваториальной плоскости, где $\alpha \rightarrow 0$. Для справедливости квазилинейной теории достаточно выполнения одного из критериев (1.80) и (1.82). при $\omega \ll \omega_B$, $\kappa \approx \text{const}$ и $v_{\perp} \approx v_{\parallel}$ их можно записать в виде

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} > h^{1/2} \frac{\omega_B}{\omega}, \quad \frac{2}{3} h \kappa l_B < 1, \quad (1.84)$$

где $l_B = \left(\frac{1}{B} \frac{\partial B}{\partial z} \right)^{-1}$. Заметим, что при выводе соотношений

(1.84) нигде не конкретизировался тип электромагнитной волны и сорт частиц. Поэтому они применимы как для электронных, так и для протонных АМ.

Проверим, в какой степени соотношения (1.84) выполняются, например в земных радиационных поясах. Для оценок возьмем данные, полученные на спутниках ГЕОС-1, 2. Согласно

[102, 103], средняя частота и максимальная амплитуда свистовых волн на магнитной оболочке $L \simeq 6,5$ обычно составляют

$$\frac{\omega}{2\pi} \simeq 0,8 \text{ кГц}, \quad b \simeq 0,1 \gamma = 10^{-6} \text{ Гс.} \quad (1.85)$$

В случае альфвеновских волн

$$\frac{\omega}{2\pi} \simeq 0,5 \text{ Гц}, \quad b \lesssim 1 \gamma = 10^{-5} \text{ Гс.} \quad (1.86)$$

Подставляя значения (1.85) в соотношения (1.84), получаем

$$\frac{\Delta \omega}{\omega} > 0,1, \quad l_B < 10^9 \text{ см.}$$

Если в качестве характерного масштаба неоднородности магнитного поля взять величину $a \simeq r_0 L/2,2$, входящую в формулу (1.41), то при $L=6,5$ имеем, что $l_B = 2 \cdot 10^9$ см.

Таким образом, в случае квазишумовых свистовых излучений в земных радиационных поясах (см. далее разд. 5.4), отвечающих стационарной и квазипериодической генерации электромагнитных волн с $\Delta \omega/\omega > 0,1$, квазилинейное приближение хорошо выполняется. Для так называемых хороших излучений с тонкой структурой динамического спектра соответствующие условия могут нарушаться, и критерии (1.84) нужно проверять в каждом конкретном случае.

Для альфвеновских волн ситуация менее определенная, поскольку максимальное значение их амплитуды на порядок выше. Значит, при условиях (1.86) критерии (1.84) следующие:

$$\frac{\Delta \omega}{\omega} > 0,3, \quad l_B < 10^9 \text{ см.}$$

Кроме того, для квазилинейного описания взаимодействия частиц с альфвеновскими волнами необходимо учитывать эффекты частотной дисперсии [81].

Заметим, что роль неоднородности магнитного поля в эффектах циклотронного взаимодействия далеко не однозначна и может, наоборот, приводить к нарушению квазилинейного приближения и накоплению когерентных эффектов [85, 104—107]. В частности, в неоднородном магнитном поле возможно формирование пучков ускоренных частиц при взаимодействии с ограниченными в пространстве волновыми пакетами [85, 104], а также возникновение своеобразных эффектов эха в плазме с возбуждением квазимонохроматических сигналов с переменной в пространстве и времени частотой [105—107].

Отмеченные эффекты, безусловно, накладывают свой отпечаток на формирование тонкой структуры излучения АМ, и включение их в самосогласованную теорию АМ является весьма актуальной и не решенной до конца задачей.

2. СТАЦИОНАРНАЯ ГЕНЕРАЦИЯ В АЛЬФВЕНОВСКОМ МАЗЕРЕ

Альфвеновский мазер является сложной нелинейной системой, в которой возможны различные процессы: стационарные, релаксационные, автоколебательные и стохастические. Изучение их начнем со стационарного режима. Важность его в том, что, с одной стороны, это простейшее и часто реализуемое состояние системы, а с другой стороны, обычно оно определяет усредненные характеристики АМ и в более сложных режимах.

В условиях развитой циклотронной неустойчивости в АМ накапливаются электромагнитные волны, которые рассеивают частицы горячей плазмы на торцы. Если мощность источника частиц в трубке магнитного поля меняется со временем плавно в масштабе периода изменения интенсивности волн и времени жизни частиц в магнитной ловушке, то, по крайней мере, в принципе можно ожидать, что возможно стационарное состояние. При этом число поставляемых источником частиц равно потерям через магнитные пробки, обусловленнымpitch-угловой диффузией на электромагнитных волнах.

Квазилинейная релаксация и баланс волн и частиц в радиационных поясах первоначально исследовались в работах [7, 8]. Затем равновесие радиационных поясов изучалось в статьях [9, 13], где основное внимание уделялось интегральным характеристикам стационарного состояния.

Центральное место в данном разделе занимает более строгое решение задачи о стационарном режиме работы АМ в широком диапазоне изменения мощности источника энергичных частиц. Цель такого исследования связана с определением углового и энергетического распределения частиц, интенсивности и спектра электромагнитного излучения. Однако, прежде чем переходить к анализу этих сравнительно сложных вопросов, хотелось бы обратить внимание на то, что целый ряд грубых характеристик стационарного состояния можно найти сразу из соотношений баланса числа частиц и энергии.

2.1. СООТНОШЕНИЯ БАЛАНСА

Важной характеристикой эффективности магнитного удержания высокотемпературной плазмы в АМ является среднее время жизни частиц в магнитной ловушке, которое можно определить как отношение числа захваченных частиц в объеме

силовой трубки с единичным сечением у основания N к полной мощности источника J_{Σ} , действующего в этой трубке,

$$T_l = \frac{N}{J_{\Sigma}}. \quad (2.1)$$

В свою очередь, число частиц, поступающих в единицу времени от источника, равно потоку, высыпавшемуся в две сопряженные области на торцы:

$$J_{\Sigma} = 2S. \quad (2.2)$$

Так как электромагнитное излучение — шумовое, а магнитное поле — неоднородное, частицы в пространстве адиабатических инвариантов совершают броуновское движение. Из физических соображений ясно, что характер турбулентной диффузии зависит от соотношения между следующими временными масштабами: T_D — временем диффузии (среднее время изменения экваториального pitch-угла на величину порядка $\pi/2$ в результате рассеяния частиц волнами), T_D/σ — временем заполнения конуса потерь, $T_c = l/2v$ — временем опустошения конуса потерь. При развитии ЦН возможны три режима pitch-угловой диффузии [9, 30, 31, 88], к анализу которых мы и переходим, следуя работе [108].

Начнем со случая слабой pitch-угловой диффузии, когда

$$\sigma T_c < T_D. \quad (2.3)$$

При этом в процессе диффузии конус потерь не успевает заполняться, и его можно считать пустым.

В упрощенном варианте анализ задачи о стационарном состоянии плазменного пробкотрона сводится к оценке величины времени жизни частиц (2.1) и средней плотности энергии волн ϵ . Это можно сделать без использования сложных расчетов

Предположим, что в АМ имеются электромагнитные волны с плотностью энергии ϵ и частотой ω . Добавим небольшое количество энергичных частиц с концентрацией n_L . Через время T_l они высыплются из магнитной ловушки, причем будет выполняться баланс энергий

$$\begin{aligned} \epsilon + \frac{1}{2} n_L m v^2 &= \epsilon' + \frac{1}{2} n_L m (v')^2, \\ \epsilon' &= \epsilon + \frac{d\epsilon}{dt} T_l = \epsilon + 2\gamma \epsilon T_l, \end{aligned} \quad (2.4)$$

где штрихованные переменные отвечают моменту высыпания на торцы, γ — инкремент. Из этих двух соотношений получаем выражение для среднего времени жизни частиц в ловушке

$$T_l = - \frac{n_L m \Delta v^2}{4\gamma \epsilon}. \quad (2.5)$$

Надо отметить, что это соотношение общее и годится для любого типа неустойчивости в магнитной ловушке.

Используя уравнение линий диффузии (1.53) и считая, что сначала $v_{\parallel} = 0$, а в конусе потерь $v'_{\perp} = 0$, находим приращение для квадрата скорости частиц

$$\Delta v^2 = (v')^2 - v^2 = -\frac{\omega}{\omega_{BL}} v^2. \quad (2.6)$$

Здесь ω_B заменено на ω_{BL} , так как для ЦН наиболее важна область минимума магнитного поля. Это следует сразу из условия циклотронного резонанса (1.52). С удалением от области минимума ω_B растет, v_{\parallel} падает, а $k_{\parallel} \approx \text{const}$, так как обычно $\omega \ll \omega_B$. Поэтому уменьшается число частиц, взаимодействующих с волной.

Примем во внимание теперь, что характерный инкремент ЦН (1.29) по порядку величины равен

$$\gamma \approx \omega_{BL} n_L / n_{pL}. \quad (2.7)$$

С учетом соотношений (2.5) — (2.7) нетрудно установить, что

$$T_i \approx \frac{\omega n_{pL} m v^2}{\omega_{BL}^2 \varepsilon}. \quad (2.8)$$

Перейдем к оценке плотности энергии волны в стационарном состоянии. От источника частиц в единицу времени поступает энергия $J_{\Sigma} m v^2 / 2$. На торцы магнитной ловушки отводится несколько меньшая энергия: $-J_{\Sigma} \frac{m \Delta v^2}{2} = -\frac{\omega}{\omega_{BL}} J_{\Sigma} \frac{m v^2}{2}$. В стационарном состоянии сколько энергии сообщается волнам, столько и теряется ими. Поэтому

$$\frac{\omega}{\omega_{BL}} J_{\Sigma} \frac{m v^2}{2} = \nu \varepsilon \sigma l, \quad (2.9)$$

где $\nu = 2 |\ln R| / T_{\text{гp}}$ — характерное время затухания волн в магнитосферном резонаторе, σl — объем магнитной трубки с единичным сечением на торцах. Таким образом, с точностью до коэффициента порядка единицы

$$\varepsilon = \frac{\omega J_{\Sigma} m v^2 T_{\text{гp}}}{\omega_{BL} \sigma l |\ln R|}. \quad (2.10)$$

Выражение (2.10) можно полностью конкретизировать при $\beta_* \gg 1$, когда согласно (1.46) $\omega \approx \omega_{BL} / \beta_*$. В таком случае

$$\varepsilon = \frac{B^2 L J_{\Sigma} T_{\text{гp}}}{4\pi n_{pL} \sigma l |\ln R|}. \quad (2.11)$$

Возвращаясь к определению времени жизни (2.8), с учетом соотношения (2.11) получаем

$$T_H \approx \frac{n_{PL} \sigma l |\ln R|}{J_{\Sigma \omega_{BL}} T_{гр}}. \quad (2.12)$$

Соответственно, учитывая определение (2.1), можно прийти к выводу, что число захваченных частиц не зависит от мощности источника. Оценка (2.12) получена для режима слабой питч-угловой диффузии, так как по ходу рассуждений предполагалось, что частицы теряются в конусе потерь безвозвратно и выйти из него не могут. Ситуация меняется при дальнейшем увеличении мощности источника частиц.

Режим умеренной питч-угловой диффузии имеет место при

$$T_c < T_D < \sigma T_c. \quad (2.13)$$

В этом случае заполнение конуса потерь существенно, и происходит значительная изотропизация распределения частиц. Функция распределения близка к изотропной, поэтому число запасенных в ловушке частиц $N = n \sigma l$, так как концентрация слабо зависит от координат. Вблизи торцов системы магнитного поля достаточно однородное, и там частицы не могут повернуть внутрь ловушки. Поэтому поток высыпающихся частиц определяется выражением $S = n v$, и соответственно среднее время жизни частиц в ловушке (2.1)

$$T_H \approx \sigma T_c. \quad (2.14)$$

Что касается средней плотности энергии электромагнитных волн, то она по-прежнему пропорциональна мощности источника частиц и в простейшем случае достаточно узкого конуса потерь определяется выражением (2.11).

Режим сильной питч-угловой диффузии реализуется при дальнейшем увеличении мощности источника частиц, когда выполняется неравенство

$$T_D < T_c \quad (2.15)$$

и при одном пролете через магнитную ловушку электрон многократно меняет направление своего движения. В режиме такого турбулентного разлета эффективная скорость выхода частиц на торцы существенно уменьшается. Остановимся на качественной картине происходящих при этом процессов. Вблизи торцов магнитной ловушки имеется дефицит отраженных частиц. Из-за этой анизотропии функции распределения возникают волны, которые рассеивают высыпавшийся поток. Турбулентные пульсации образуют как бы стенки, замедляющие высыпание частиц. В центре магнитной ловушки почти изотропное распределение и низкий уровень электромагнитных шумов, если мощность источника частиц имеет изотропное угловое распределение.

В режиме сильной питч-угловой диффузии число запасенных в магнитной ловушке частиц, как и при умеренной диффузии, определяется выражением $N = n \sigma l$. Высыпающийся же поток уменьшается, так как часть потока $n v$, падающего на турбулентную стенку, от нее отражается. Поэтому время жизни частиц в магнитной ловушке в этом случае больше, чем (2.14). Оценить соответствующее время можно с помощью рассуждений, основанных на нестационарной модели. Допустим, что в центр магнитной ловушки в начальный момент инжектировано достаточно много энергичных частиц и выполняется условие (2.15). Эти частицы начнут разлетаться вдоль магнитного поля, возбуждая в каждой точке интенсивные электромагнитные волны на циклотронных резонансах. Особенность указанной ситуации в том, что волны распространяются много медленнее, чем летят частицы. Если снос волны не учитывать совсем, то летящие на заднем краю потока частицы на тех же циклотронных резонансах поглотят волны, и средние продольные и поперечные импульсы захваченных частиц не изменятся, как это имеет место при турбулентном квазигазодинамическом разлете частиц с возбуждением плазменных колебаний [109]. Соответственно время жизни в магнитной ловушке интенсивных потоков частиц контролируется скоростью переноса волн по магнитной ловушке. Поэтому можно ожидать, что по порядку величины

$$T_{\text{жз}} = T_{\text{тр}}. \quad (2.16)$$

Количественный расчет соответствующего времени жизни частиц в магнитной ловушке проведен в следующем разделе, где в рамках самосогласованной системы квазилинейных уравнений проанализированы основные режимы питч-угловой диффузии.

2.2. РЕЖИМЫ ДИФФУЗИИ ЧАСТИЦ ПО ПИТЧ-УГЛАМ

Как уже отмечалось в разд. 2.1, при развитии ЦН возможны три режима питч-угловой диффузии.

Режим слабой диффузии:

$$\sigma T_c < T_D. \quad (2.17)$$

При этом в процессе диффузии конус потерь не успевает заполняться, и его можно считать пустым.

Режим умеренной диффузии:

$$T_c < T_D < \sigma T_c. \quad (2.18)$$

Здесь заполнение конуса потерь существенно, и происходит значительная изотропизация распределения частиц по питч-углам.

Режим сильной диффузии:

$$T_D < T_c. \quad (2.19)$$

В таком случае функция распределения тоже близка к изотропной, причем рассеяние частиц по питч-углам происходит вплоть до торцов магнитной ловушки.

Перейдем к рассмотрению указанных режимов, опираясь на приведенные в разд. 1.3 квазилинейные уравнения.

2.2.1. Режимы слабой и умеренной диффузии

Возможность реализации таких режимов обсуждалась в работах [7, 9, 13, 20]. В данном случае для простоты ограничимся анализом довольно типичной ситуации, когда частоты волн ω много меньше гирочастоты электронов и преобладающую роль играет диффузия по питч-углам. Исходная система квазилинейных уравнений, описывающих эволюцию функции распределения F частиц по питч-углам и спектральной плотности E_{κ} свистовой турбулентности, в этом случае определяется выражениями (1.61). Для получения предварительных результатов воспользуемся приближением узкого спектра электромагнитных волн, которое хорошо описывает интегральные характеристики рассматриваемого процесса (см. разд. 2.3). При этом $E_{\kappa} = E \delta(\kappa - \kappa_0)$, и система (1.61) преобразуется к следующему виду:

$$\frac{\partial F}{\partial t} = \frac{1}{T_b} \frac{\partial}{\partial \mu} \left(\mu \Lambda \frac{\partial F}{\partial \mu} \right) + J - \delta F, \quad (2.20a)$$

$$\frac{1}{E} \frac{\partial E}{\partial t} = \frac{2}{T_{\text{гр}}} \left\{ \frac{4\pi^3 a \kappa_0 m}{B^2 L} \times \right. \\ \left. \times \left[\int_{\frac{\omega_{BL}}{\kappa_0}}^{\infty} \left(\int_0^{\kappa_0 \left(1 - \left(\frac{\omega_{BL}}{\kappa v} \right)^2 \right)} \mu \psi_2 \frac{\partial F}{\partial \mu} d\mu \right) v^4 dv \right] + \ln R \right\}. \quad (2.20b)$$

Здесь $\Lambda = (4\pi a \omega_{BL} \omega_{pL}^2 \psi_1 / n_{pL} m c^2 v^3 \kappa_0^2) E$, ψ_1 и ψ_2 — безразмерные функции, в общем случае имеющие довольно сложный вид — см. (1.68). В первую очередь нам понадобится значение ψ_1 при малых питч-углах. Согласно (1.69) при $\mu \ll 1$

$$\psi_1 = \frac{\kappa_0 v}{\omega_{BL}} \left(\frac{\kappa_0 v}{\omega_{BL}} - 1 \right)^{-1/2}. \quad (2.21)$$

Решение уравнения (2.20a) должно удовлетворять граничным условиям

$$\Lambda \frac{\partial F}{\partial \mu} = 0 \text{ при } \mu = \mu_m \text{ и } \mu \Lambda \frac{\partial F}{\partial \mu} = 0 \text{ при } \mu = 0 \quad (2.22)$$

и условиям «сшивки»

$$F = \bar{F}, \quad \partial F / \partial \mu = \partial \bar{F} / \partial \mu \quad \text{при} \quad \mu = \mu_c, \quad (2.23)$$

где μ_m — наибольшее значение μ у взаимодействующих с волнами частиц, \bar{F} — функция распределения при $\mu < \mu_c$, а F — при $\mu \geq \mu_c$.

Рассмотрим стационарное состояние плазменной магнитной ловушки ($\partial/\partial t = 0$), когда потери частиц полностью скомпенсированы поступлением новых частиц от источника. Внутри сравнительно узкого конуса потерь ($\mu < \mu_c \ll 1$) обычно можно пренебречь источником. Поэтому, учитывая соотношение (2.21), нетрудно записать уравнение* для \bar{F}

$$-\frac{\partial}{\partial \mu} \left(\mu \frac{\partial \bar{F}}{\partial \mu} \right) - \Delta \bar{F} = 0, \quad (2.24)$$

где $\Delta = T_b(\mu=0)/\Lambda T_c = T_D/T_c$. В уравнении (2.24) учтено, что в случае низких точек отражения $T_b(\mu=0) \simeq 2l/v$. Ограниченное решение уравнения (2.24) в области $\mu < \mu_c$

$$\bar{F} = C_1 I_0(2\sqrt{\Delta\mu}) \quad (2.25)$$

описывается функцией Бесселя мнимого аргумента I_0 , C_1 — константа, определяемая граничным условием (2.23).

Запишем далее решение уравнения (2.20а) в области $\mu \geq \mu_c$:

$$F = F_1 + C_2, \quad (2.26a)$$

$$F_1 = \int_{\mu_c}^{\mu} \left[(\mu' \Lambda)^{-1} \int_{\mu'}^{\mu_m} T_b J d\mu'' \right] d\mu'. \quad (2.26b)$$

Используя условия сшивки (2.23), нетрудно найти константы C_1 и C_2 . В итоге имеем выражения для функции распределения вне и внутри конуса потерь

$$F = F_1 + \bar{F}(\mu_c), \quad (2.27a)$$

$$\bar{F} = \frac{I_0(2\sqrt{\Delta\mu})}{\Lambda \sqrt{\Delta\mu_c} I_1(2\sqrt{\Delta\mu_c})} \int_{\mu_c}^{\mu_m} T_b J d\mu. \quad (2.27b)$$

В пределе слабойpitch-угловой диффузии, когда в соответствии с неравенством (2.17) $2(\Delta\mu_c)^{1/2} = 2(T_D/\sigma T_c)^{1/2} > 1$, получаем

$$F = F_1 + \bar{F}(\mu_c) \simeq F_1, \quad (2.28a)$$

$$\bar{F} = I_0(2\sqrt{\Delta\mu}) [2\pi^{1/2}/\Lambda (\Delta\mu_c)^{1/4}] \exp(-2\sqrt{\Delta\mu_c}) \int_{\mu_c}^{\mu_m} T_b J d\mu. \quad (2.28b)$$

* Строго говоря, внутри конуса потерь использование уравнения адиабатического приближения не вполне корректно. Однако приведенные в работе [110] результаты численных расчетов показали, что это упрощение допустимо.

Этот результат подтверждает предварительные соображения о почти пустом конусе потерь.

В пределе умеренной диффузии согласно (2.18) $2(\Delta \mu_c)^{1/2} < 1$ функция распределения по питч-углам почти изотропна:

$$F = F_1 + \bar{F}(\mu_c) \simeq \bar{F}(\mu_c), \quad (2.29a)$$

$$\bar{F} = \frac{T_c}{\mu_c T_b(\mu=0)} \int_{\mu_c}^{\mu_m} T_b J d\mu \quad (2.29b)$$

Для указанных режимов диффузии найдем теперь время жизни частиц T_l в магнитной ловушке

$$T_l = \left| \frac{1}{N} \frac{dN}{dt} \right|^{-1} \Big|_{J=0}, \quad (2.30)$$

где N — число энергичных частиц (1.59) в силовой трубке магнитного поля с единичным сечением на уровне ионосферы, dN/dt — скорость изменения N при выключенном источнике. Эти величины нетрудно найти, используя выражения (2.20a) и (2.27) — (2.29). Интегрируя уравнение (2.20a) по фазовому пространству и объему силовой трубки, при $J=0$ получаем

$$-\frac{dN}{dt} \Big|_{J=0} = -\pi \sigma \int_0^{\infty} \left(\int_0^{\mu_c} T_c^{-1} T_b F d\mu \right) v^3 dv. \quad (2.31)$$

Подставляя выражение (2.27) в формулу (2.31) и используя условие нормировки (1.59), находим, что

$$T_l = \frac{\int_0^{\infty} \left(\int_{\mu_c}^1 T_b F d\mu \right) v^3 dv}{\int_0^{\infty} \left(\int_0^1 T_b J d\mu \right) v^3 dv} = \frac{N}{J_{\Sigma}}, \quad (2.32)$$

где N — полное число энергичных частиц, запасенных в трубке магнитного поля сечения 1 см^2 на уровне торцов. В свою очередь,

$$J_{\Sigma} = \pi \sigma \int_0^{\infty} \left(\int_{\mu_c}^1 T_b J d\mu \right) v^3 dv \quad (2.33)$$

— полная мощность источника частиц, действующего в этой трубке (полное число энергичных электронов, поступающих в силовую трубку от источника за единицу времени).

В режиме слабой питч-угловой диффузии согласно (2.26b), (2.28) и (2.32) с точностью до коэффициента порядка единицы

время жизни частиц в магнитной ловушке определяется следующим выражением:

$$T_{11} = \frac{n_{pL} \sigma l |\ln R|}{J_{\Sigma} \omega_{BL} T_{гр}} \gg \sigma T_c, \quad (2.34)$$

где учтено, что согласно (2.206) и (2.27)

$$E = \frac{\pi \kappa_0 m}{4 \omega_{BL} |\ln R|} \int_{\frac{\omega_{BL}}{\kappa_0}}^{\infty} \left[\int_{\mu_c}^{\mu_m} \frac{1}{\mu} \left(\int_{\mu} T_b J d\mu' \right) d\mu \right] v^5 dv. \quad (2.35)$$

В свою очередь, в режиме умеренной питч-угловой диффузии формулы (2.29) и (2.32) показывают, что

$$T_{12} = \sigma T_c. \quad (2.36)$$

Изучение детальных свойств процессов, характерных для слабой и умеренной питч-угловой диффузии, будет продолжено в разд. 2.3, а пока постараемся выяснить, что происходит в АМ при более высоком уровне мощности источника частиц.

2.2.2. Эффекты запираания частиц в ловушке при сильной диффузии

Допустим, что мощность источника частиц достаточно высока и выполнено неравенство (2.19). Тогда за основу теоретического описания процессов можно взять полученные в разд. 1.3.3 квазилинейные уравнения диффузионного приближения. Совместное решение уравнений (1.78), (1.546) и (1.79) в произвольном случае довольно затруднительно. Поэтому, следуя работе [30], рассмотрим задачу о стационарном состоянии АМ ($\partial/\partial t=0$) в приближении узкого спектра, когда ϵ_{\rightarrow} можно представить в виде

$$\epsilon_{\rightarrow} = \epsilon \delta(y - y_0). \quad (2.37)$$

В этом случае упрощается выражение для коэффициента диффузии D_{xx}

$$D_{xx} = \frac{\pi^2 \omega_p^2}{2n_p m c^2} (1-x^2) \frac{(1+y_0)^2}{v|x|} I(y_0), \quad (2.38)$$

где $I = \kappa^2 \epsilon / |\cos \chi| = \kappa^2 \epsilon (1+3y_0^2)^{1/2} / 2|y_0|$, а инкремент (1.79) записывается следующим образом:

$$\gamma = (\pi^2 \omega^2 v c^2 / n_p \kappa \omega_p^2 |y_0|) \times$$

$$\times \int_{\omega_B/\kappa y_0}^{\infty} \left\{ \left(1 - \frac{\omega_B^2}{\kappa^2 v^2 y_0^2} \right) \left[\frac{2n_p m y_0}{\pi^2 \kappa^2 \varepsilon |y_0|} \frac{\partial f_0}{\partial z} + \frac{\kappa^2}{v} (1+y_0)^2 (1+3y_0^2)^{1/2} \frac{\partial f_0}{\partial v} \right] v^2 \right\} dv. \quad (2.39)$$

Согласно формуле (2.39) инкремент растет с уменьшением y_0 . Однако при этом важную роль начинает играть затухание на эффекте Черенкова и аномальном эффекте Доплера. В работе [2] отмечалось, что циклотронное усиление сравнивается с затуханием при $y_0 \approx 0.5$. Подставляя это значение в (2.39), запишем уравнение (1.54б) в следующем виде:

$$\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} = \int_{v_{рез}}^{\infty} \left[(v^2 - v_{рез}^2) \left(-\frac{3 v_{рез} m}{32 \omega_B^3 \varepsilon} \frac{\partial f_0}{\partial z} + \frac{9\pi^2 \omega_B}{4n_p |y_0|} \frac{\partial f_0}{\partial v} \right) \right] dv, \quad (2.40)$$

где $v_{рез} = \omega_B/\kappa |y_0| \approx 2 \omega_{BL}/\kappa$ — величина резонансной продольной скорости частиц. В формуле (2.40) учтено, что, например, в условиях геомагнитной ловушки при $\omega \ll \omega_{BL}$ обычно $\partial \omega/\partial z \approx 0$.

В стационарном случае уравнение для функции распределения (1.78) один раз можно проинтегрировать по продольной координате

$$\frac{\partial f_0}{\partial z} = -DB \int_0^z \frac{j_0}{B} dz'. \quad (2.41)$$

Здесь введено обозначение для коэффициента диффузии $D(z, v)$

$$D^{-1} = \frac{n_p m c^2}{24\pi^2 \omega_p^2 \omega_B^2 v} \int_0^v v_{рез}^3 (v^2 - v_{рез}^2) \varepsilon^{-1}(v_{рез}) dv_{рез}. \quad (2.42)$$

Источником неустойчивости в уравнении для плотности энергии волн (2.40) служит член с $\partial f_0/\partial z$ в скобках. Нетрудно проверить, что возбуждаются волны с волновыми векторами, направленными против пространственного градиента функции распределения, т. е. в каждой половине ловушки к ближайшему ее торцу. В связи с этим принципиальную роль играют резонансы на аномальном эффекте Доплера и на эффекте Черенкова, приводящие к турбулентной диффузии частиц, движущихся в направлении возбуждения волн и не взаимодействующих с ними на циклотронном резонансе. Поскольку наиболее благоприятные условия для возбуждения волн реализуются при

$y_0 \approx 0,5$, когда взаимодействие на всех резонансах сравнимо по величине, то выражение для коэффициента диффузии D_{xx} (2.38) можно использовать для всех частиц. Благодаря этому уравнение (2.41) описывает функцию распределения для частиц, движущихся по оси z в обоих направлениях.

В дальнейшем ограничимся анализом источников частиц, мощность которых характеризуется малым разбросом по энергиям

$$j_0(z, v) = \frac{1}{4\pi v_0^2} j_{\Sigma}(z) \delta(v - v_0). \quad (2.43)$$

При этом согласно (1.78) функция распределения также будет иметь узкий энергетический спектр

$$f_0(z, v) = \frac{1}{4\pi v_0^2} n(z) \delta(v - v_0). \quad (2.44)$$

Используя (2.43), (2.44) и интегрируя второй член в правой части (2.40) по частям, преобразуем систему (2.40), (2.41) к следующему виду:

$$\frac{dn}{dz} = -\Delta B \int_0^z \frac{j_{\Sigma}}{B} dz'. \quad (2.45a)$$

$$\frac{d\varepsilon}{dz} = -\frac{3m v_{\text{рез}}^4}{128\pi \omega^4_B v_0} (v_0^2 - v_{\text{рез}}^2) \frac{dn}{dz} - \frac{9\pi \omega_B n y_0}{8n_p v_0 |y_0|} \varepsilon. \quad (2.45b)$$

Второе уравнение системы (2.45) напоминает уравнение переноса энергии [72] в поглощающей среде. В «оптически толстой» среде, когда источник j достаточно интенсивный $\tau = (9\pi \omega_B / 8v_0) (n/n_p) l > 1$ (l — продольный размер ловушки), $\partial \varepsilon / \partial z \approx 0$ и из (2.45b) следует, что

$$\varepsilon \approx \frac{m n_p}{48 \pi^2 \omega^4_B n} v_{\text{рез}}^4 (v_0^2 - v_{\text{рез}}^2) \left| \frac{dn}{dz} \right|, \quad (2.46)$$

где $(v_{\text{рез}}/v_0)^2 \leq 1$. Подставляя плотность энергии (2.46) в выражение (2.42), получаем для $N = B_{\text{max}} \int_{-l/2}^{+l/2} (n/B) dz$

$$N = B_{\text{max}} \int_{-l/2}^{+l/2} \left\{ \frac{\beta_* B}{v_0 B_L} \int_0^z \frac{j_{\Sigma}}{B} \left[\ln \left(\frac{v_0}{v_{\text{рез min}}} \right)^2 \right]^{-1} dz' \right\} dz, \quad (2.47)$$

где $\beta_* = 4\pi n_{pL} m v_0^2 / B_L^2$. Множитель $[\ln(v_0/v_{\text{рез min}})^2]^{-1}$ с параметром обрезания $v_{\text{рез min}}$ в формуле (2.47) обусловлен логарифмической особенностью при малых значениях $v_{\text{рез}}$. Появление особенности связано с нарушением критерия применимости уравнений (1.78) и (1.79) в области $x \rightarrow 0$ ($v_{\text{рез}} \rightarrow 0$), где анизотропия функции распределения уже не мала.

Соотношение (2.32) в форме $T_l = N/J_\Sigma$ является общим для всех режимов питч-угловой диффузии. Поэтому время жизни частиц в магнитной ловушке в режиме сильной питч-угловой диффузии определяется следующим выражением:

$$T_{l3} \simeq \beta_* T_c. \quad (2.48)$$

Если теперь учесть, что для выполнения исходных предположений (низкие частоты $\omega \ll \omega_B$, взаимодействие на циклотронном резонансе $\omega_B \simeq -k v x y$) необходимо выполнение неравенства $\beta_* \gg 1$, то приходим к выводу о значительном увеличении времени жизни в режиме сильной питч-угловой диффузии, когда $\beta_* > \sigma$.

Для полноты картины рассмотрим случай «оптически тонкой» среды с $\tau < 1$, соответствующий переходу от режима умеренной питч-угловой диффузии к сильной. При этом согласно (2.456)

$$\frac{d\varepsilon}{dz} = - \frac{3m}{128 \pi \omega^3_B v_0} v_{\text{рез}}^4 (v_0^2 - v_{\text{рез}}^2) \frac{dn}{dz}, \quad (2.49)$$

где $(v_{\text{рез}}/v_0)^2 \leq 1$. Предполагая для простоты $\omega_B \simeq \text{const}$, получаем

$$\varepsilon - \varepsilon_L \simeq (3m/128 \pi \omega^3_B v_0) v_{\text{рез}}^4 (v_0^2 - v_{\text{рез}}^2) (n_L - n), \quad (2.50)$$

где ε_L и n_L — значения ε и n при $z=0$.

Соотношение (2.50) с учетом (2.42) и (2.45) преобразуется к дифференциальному уравнению для n

$$(n_L - n + X)^{-1} \frac{dn}{dz} = -Y \int_c^z j_z dz', \quad (2.51)$$

где

$$X = 128 \pi \omega^3_B v_0 \varepsilon_L / 3m (v_0^2 - v_{\text{рез}}^2) v_{\text{рез}}^4,$$

$$Y = 9 \pi \omega^2_p / 8 n_p c^2 \omega_B \ln(v_0/v_{\text{рез min}})^2.$$

Решая уравнение (2.51) с граничным условием $n(z=l/2) = 0$, находим, что

$$n_L = X \left\{ \exp \left[Y \int_c^{l/2} \left(\int_c^z j_z dz' \right) dz \right] - 1 \right\}. \quad (2.52)$$

Таким образом, при переходе от режима умеренной питч-угловой диффузии к сильной время жизни частиц растет как

$$T_l = (X/J) [\exp(XJl^2) - 1]. \quad (2.53)$$

Здесь

$$J = T_b^{-1} \oint (j/v_{\parallel}) dz, \quad J_\Sigma = \pi \sigma \int_0^1 \int_0^1 T_b J v^3 d\mu dv.$$

Обобщая результаты, выраженные формулами (2.34), (2.36), (2.48) и (2.53), получаем показанную на рис. 2.1 для $\beta_* > \sigma$ зависимость времени жизни частиц в магнитной ловушке от мощности их источника, причем

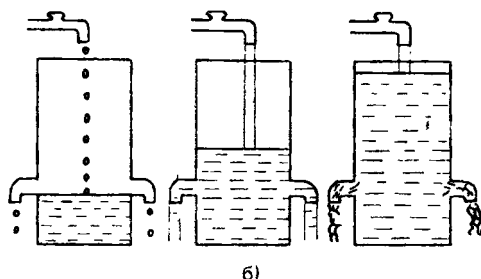
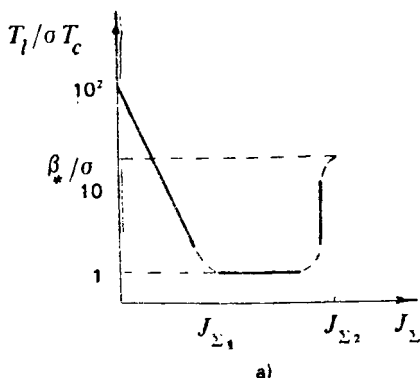


Рис. 2.1. Различные режимы диффузии частиц по питч-углам: а — зависимость среднего времени жизни частиц в магнитной ловушке от мощности источника; б — аналогия с дырявым ведром

$$J_{\Sigma 1} = \frac{n_{pL} l |\ln R|}{\omega_{BL} T_c T_{\Gamma}}; \quad J_{\Sigma 2} = \frac{8c^2 n_{pL} \omega_{BL} \sigma}{9 \pi \omega_{pL}^2 l}. \quad (2.54)$$

Разумеется, рассмотренные режимы имеют смысл при таких концентрациях горячей плазмы, когда газокINETическое давление еще существенно меньше магнитного ($\beta \ll 1$). В рассмотренном случае величину $\beta = 4 \pi n_L m v_0^2 / B^2 L$ нетрудно оценить с помощью соотношений (2.48) и (2.54). Критерий, соответствующий неравенству $\beta \ll 1$, запишется следующим образом:

$$\beta_* (T_c \omega_{BL})^{-1} \ll 1, \quad (2.55)$$

где $\beta_* = 4 \pi n_{pL} m v_0^2 / B^2 L$.

Например, в геомагнитной ловушке при $\beta_* \approx 10^2$, $L \approx 6$, $\omega = m v_0^2 / 2 = 40$ кэВ, $T_c \approx 1$ с, $\omega_{BL} \approx 2 \cdot 10^4$ с⁻¹

$$\beta_* (T_c \omega_{BL})^{-1} \approx 10^{-2} \ll 1.$$

В условиях магнитосферы областями сильной диффузии могут быть: граница с солнечным ветром, каспы и хвост, где возможно пересоединение силовых линий магнитного поля. Эффек-

ты «запирания» плазменной магнитной ловушки способны существенно увеличивать эффективность турбулентного нагрева и скорость переноса энергичных частиц поперек магнитных оболочек. На взрывной фазе суббури сильная диффузия может проявляться в смене фазовых соотношений между потоком высыпающихся частиц и электромагнитной турбулентностью. В отличие от слабой и умеренной пич-угловой диффузии указанные величины могут оказаться в противофазе.

2.3. ТОНКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ АЛЬФВЕНОВСКОГО МАЗЕРА ПРИ СЛАБОЙ И УМЕРЕННОЙ ПИЧ-УГЛОВОЙ ДИФФУЗИИ

В предыдущем разделе были изучены некоторые общие свойства параметров АМ в стационарном состоянии при разных уровнях мощности источника частиц. Полученные при этом результаты, к сожалению, не позволяют доказать возможность реализации стационарного состояния (которая в ряде случаев далеко не тривиальна), не определяют форму спектра волн и деталей функции распределения частиц. Ниже мы сосредоточим внимание на строгом решении задачи, чтобы получить полное представление об угловом и энергетическом спектре захваченных частиц, интенсивности и спектре электромагнитного излучения.

Определенное упрощение задачи связано с тем, что часто основная доля энергии волн сосредоточена в области сравнительно низких частот $\omega \ll \omega_{BL}$. В этом случае можно не учитывать диффузию по энергии и использовать уравнения (1.61). Мы изучим, следуя работам [39, 111], стационарное состояние АМ в приближении (1.69), справедливом при $\kappa \parallel \vec{B}$, $\kappa v / \omega_{BL} > 1$ и $\mu \ll 1$. Тогда систему (1.61) можно записать следующим образом:

$$8\pi \left(\frac{e}{mc}\right)^2 \mu^{1/2} \frac{\partial}{\partial \mu} \left\{ \mu \left[\int_{\omega_{BL}/v(1-\mu_c)^{1/2}}^{\infty} (\kappa v)^{-1} \left(\frac{\kappa v}{\omega_{BL}} - 1 \right)^{-1/2} E_{\kappa} d\kappa \right] \frac{\partial F}{\partial \mu} \right\} = -J, \quad (2.56a)$$

$$\frac{2\pi^2 a}{l n_{pL} \omega_{BL}} \int_{\omega_{BL}/\kappa(1-\mu_c)^{1/2}}^{\infty} \kappa^2 v^4 \left(\frac{\kappa v}{\omega_{BL}} - 1 \right)^{-1/2} \left[\int_{\mu_c}^{\mu} \mu \frac{\partial F}{\partial \mu} d\mu \right] dv \leq v. \quad (2.56b)$$

В усредненном уравнении переноса (2.56б) равенство усредненного инкремента циклотронной неустойчивости и декремента ν выполняется в той части спектра, где $E_\kappa \neq 0$. Напомним, что в уравнении (2.56б) потери энергии волн характеризуются декрементом $\nu = 2|\ln R|/T_{\text{гp}}$, где R — коэффициент отражения свистов от торцов магнитной ловушки, $T_{\text{гp}} = \kappa l/\omega$. Для определенности предположим, что

$$\nu = \nu_0 (\kappa/\kappa_0)^{2p}, \quad (2.57)$$

где ν_0 не зависит от κ , κ_0 — определенное ниже характерное волновое число в спектре волн. В частности, если основные потери связаны с нагревом D -слоя ионосферы, то согласно [10] $p=1$.

2.3.1. Характеристики стационарного состояния при слабойpitch-угловой диффузии

Допустим, что мощность источника быстрых электронов в трубке магнитного поля с единичным сечением на уровне ионосферы имеет степенной энергетический спектр и вполне определенную угловую зависимость:

$$J = \frac{S}{X a \sigma v_0^3} \left(\frac{v_0}{v} \right)^{2r} \left(\frac{\sin \alpha_c}{\sin \alpha} \right)^{4s+4} (1 + \sin^2 \alpha)^{1/2} \times \\ \times E \left(\frac{v \sin^2 \alpha}{v_c \sin^2 \alpha_c} - 1 \right). \quad (2.58)$$

Здесь $\sin^4 \alpha = 1 - \mu$, $\sin^4 \alpha_c = 1 - \mu_c$, $s = r - p - 5/2$, v_0 — минимальная скорость поступающих в магнитную ловушку частиц. Источник (2.58) действует в области достаточно больших продольных скоростей

$$v_{\parallel L} > v_0 (1 - \mu_c)^{1/2} \quad (2.59)$$

в соответствии с тем, что $E(\xi) = 1$, если $\xi > 0$ и $E(\xi) = 0$, если $\xi < 0$. В формуле (2.58) нормировочная константа X выбрана так, что S — плотность потока электронов, высыпавшихся на торцы. Согласно нормировочному условию (1.59) очевидно ра-

венство $2S = \pi \sigma \int_0^1 \int_{\mu_c}^1 T_b J v^3 d\mu dv$, и поэтому

$$X = 4\pi^2 (2r - 3)^{-1} \sin^{-4p} \alpha_c \int_0^{\alpha_c} \sin^{4p+2} \alpha d\alpha. \quad (2.60a)$$

Для области радиационных поясов характерны довольно боль-

шие пробочные отношения $\sigma \simeq 10^2$. В таком случае $\mu_c \ll 1$, соответственно

$$X = \frac{4\pi^2}{(2r-3)} \left[\frac{\pi^{1/2} \Gamma\left(2p + \frac{3}{2}\right)}{2\Gamma(2p+2)} - \frac{2^{1/4} \mu_c^{3/4}}{3} \right]. \quad (2.60б)$$

Конечность полного потока частиц в магнитную трубку от источника налагает ограничение на параметр $r > 3/2$.

При слабой диффузии по питч-углам [7, 9] можно считать, что функция распределения F равна нулю на конусе потерь при $\mu = \mu_c$. В таком случае, если $s > -1$, точное решение системы (2.56) с мощностью источника (2.58) определяется следующими выражениями [39]:

$$F = \frac{l n_{pL} v_0}{Y a \omega_{BL} v_0^3} \left(\frac{v_0}{v} \right)^{2p+3} \left(\ln \frac{\mu}{\mu_c} \right) E \left(\frac{v}{v_0} - 1 \right), \quad (2.61a)$$

$$E_{\kappa} = \frac{Y B^2 l S}{4\pi X \sigma l n_{pL} v_0 \kappa_0} \left(\frac{\kappa}{\kappa_0} \right)^{2s+1} E \left(\frac{\kappa_0}{\kappa} - 1 \right). \quad (2.61б)$$

Здесь $\kappa_0 = \omega_{BL}/v_0(1-\mu_c)^{1/2}$ и введено обозначение

$$Y = 4\pi^2 \sin^{-4p} \alpha_c \int_0^{\alpha_c} (\sin^4 \alpha_c - \sin^4 \alpha) \sin^{4p-4} \alpha d\alpha. \quad (2.62a)$$

Этот интеграл легко вычислить при $\mu_c \ll 1$. Тогда

$$Y = \frac{\pi^{5/2} (8p-3) \Gamma\left(2p - \frac{3}{2}\right)}{4p \Gamma(2p)} (1+p\mu_c). \quad (2.62б)$$

Для спектра волн (2.61б) в соответствии с уравнением (2.56а) диффузия частиц по питч-углам не происходит в области достаточно малых продольных скоростей $v_{\parallel L} < v_0(1-\mu_c)^{1/2}$.

Поэтому присутствие частиц в этой области распределения (2.61а) связано с начальными условиями, а не с действием источника (2.58). В этом смысле решение (2.61а) не единственно, и можно брать другие, не расширяющие зоны неустойчивости угловые зависимости функции распределения.

Перейдем к анализу некоторых интегральных характеристик решения (2.61). Для функции распределения (2.61а) полное число энергичных электронов, запасенных в трубке магнитного поля с единичным сечением на уровне ионосферы, согласно формуле (1.67) определяется следующим выражением:

$$N = \frac{2\pi^2 \sigma (\ln \sigma + 2\sigma^{-1/2} - 2) l n_{pL} v_0}{p Y \omega_{BL}}. \quad (2.63)$$

Выше отмечалось, что не все эти частицы взаимодействуют с волнами. Полное число энергичных электронов, активно взаимодействующих с волнами, соответствует области (2.59). В результате интегрирования по ней оказывается, что

$$N_a = \frac{Z \sigma l n_{pL} v_0}{p Y \omega_{BL}}, \quad (2.64)$$

где введена функция

$$Z = \pi^2 (1 - \mu_c)^{-p} \int_{\mu_c}^1 \mu^{-1/2} (1 - \mu)^p \ln(\mu/\mu_c) d\mu, \quad (2.65a)$$

которая при $\mu_c \ll 1$ сводится к виду

$$Z = \pi^{5/2} \frac{\Gamma(p+1)}{\Gamma\left(p + \frac{3}{2}\right)} (1 + p \mu_c) \left[\left(\ln \frac{1}{\mu_c} \right) + \psi\left(\frac{1}{2}\right) - \psi\left(p + \frac{3}{2}\right) \right], \quad (2.65b)$$

причем $\psi(\xi) = \frac{d}{d\xi} \ln \Gamma$.

Как уже отмечалось, важной характеристикой эффективности магнитного удержания является среднее время жизни энергичных электронов в магнитной ловушке $T_l = N_a / 2S$. В соответствии с (2.64)

$$T_l = \frac{Z \sigma l n_{pL} v_0}{2p Y \omega_{BL} S}. \quad (2.66)$$

В частности, для справедливости приближения слабой диффузии по питч-углам (2.17) мощность источника частиц, а следовательно, и поток высыпающихся в ионосферу электронов должны быть достаточно малыми так, чтобы $\sigma l / v_0 \ll T_l$.

В свою очередь, плотность энергии свистов в магнитной трубке (1.68), отвечающая спектру (2.61б), определяется следующим выражением:

$$E = \frac{Y B_L^2 S}{8\pi X(s+1) \sigma l n_{pL} v_0}. \quad (2.67)$$

Таким образом, средняя плотность энергии свистов пропорциональна потоку высыпающихся на торцы электронов.

Остановимся на условиях применимости решения (2.61). Чтобы выполнялось использованное при выводе системы (2.56) условие $\omega \ll \omega_{BL}$, величина k_0 не должна быть слишком большой, и поэтому $\beta_* = (\omega_{pL} v_0 / \omega_{BL} c)^2 \gg 1$. Конкретный вид коэффициентов в системе (2.56) записан для случая, когда $k v \mu < \omega_{BL}$.

С помощью (2.61) легко вычислить следующее произведение: $\Delta = \langle \kappa^2 / \omega^2_{BL} \rangle \langle v^2 \mu^2 \rangle$, в котором сомножители усреднены по области взаимодействия волн и частиц. Расчет показывает, что при $\mu_c \ll 1$ должно выполняться неравенство

$$\Delta = \frac{3(s+1)}{2(s+2)(p-1)(2p+3)} \ll 1. \quad (2.68)$$

Следует заметить, что согласно (2.61a) и (2.64) свойства потоков захваченных электронов слабо зависят от характеристик источника частиц. Важна в основном только граничная энергия, с которой начинается степенной спектр. Это обстоятельство позволяет объяснить относительную стабильность параметров радиационных поясов при значительных вариациях мощности источника частиц, потоков высыпающихся электронов, частотного спектра и уровня интенсивности волн. Интегральные характеристики радиационных поясов, описываемые формулами (2.64) и (2.67), находятся в хорошем соответствии с аналогичными выражениями, полученными в приближении узкого спектра волн и однородной ловушки с резкими магнитными стенками. Отметим, что такая модель использовалась в статьях [14, 15], где установлена форма спектра волн, если он лежит в области частот, малых по сравнению с гирочастотой. Точное решение задачи об однородной ловушке получено в работе [31], где показана возможность реализации функции распределения с интегрируемой особенностью, ответственной за формирование широкого частотного спектра волн, обеспечивающего диффузионный поток частиц в области малых продольных скоростей.

Значительно более сложным по сравнению с рассмотренным является случай, когда источник поставляет в магнитную ловушку частицы с малыми продольными скоростями в экваториальной плоскости ($v_{\parallel L} \approx 0$ и соответственно $\mu_{\max} = 1$). Из условия циклотронного резонанса (1.52) следует, что для обеспечения непрерывного потока этих частиц в конус потерь в спектре волн должны быть все частоты вплоть до ω_{BL} . Соответственно основой расчета должны быть уравнения (1.58) без малого параметра. Интересно было бы доказать хотя бы принципиальную возможность стационарного состояния для такой ситуации. В настоящее время этот вопрос остается открытым. Некоторые закономерности взаимодействия волн и частиц в случае источника с $\mu_{\max} \approx 1$ обсуждаются в разд. 3.7.

2.3.2. Особенности умеренной питч-угловой диффузии

С увеличением мощности источника частиц на конусе потерь перестает выполняться простое граничное условие для функции распределения ($F=0$), соответствующее слабой питч-угловой

диффузии. Тогда необходимо анализировать квазилинейное уравнение в конусе потерь [9], из которого следует, что там функция распределения меняется по закону (2.25) $F = C I_0(\sqrt{\mu/\Lambda})$, где C — константа, I_0 — функция Бесселя мнимого аргумента, а

$$\Lambda = \pi^2 \left(\frac{e}{m c} \right)^2 \frac{a}{v^2} \int_{\omega_{BL}/v}^{\infty} \left(\frac{\kappa v}{\omega_{BL}} - 1 \right)^{-1/2} \frac{E_{\kappa}}{\kappa} d\kappa. \quad (2.69)$$

На конусе потерь непрерывны функция распределения и ее производная. Поэтому функция распределения захваченных частиц на конусе потерь при $\mu = \mu_c$ удовлетворяет условию

$$2 \sqrt{\mu_c \Lambda} I_0 \left(\sqrt{\frac{\mu_c}{\Lambda}} \right) \frac{\partial F}{\partial \mu} - I_1 \left(\sqrt{\frac{\mu_c}{\Lambda}} \right) F = 0. \quad (2.70)$$

При большом пробочном отношении несуществен вклад в инкремент (2.56б) от области внутри конуса потерь. В таком случае легко записать решение задачи (2.56) с мощностью источника (2.58) и граничным условием (2.70). В этом решении спектр волны по-прежнему определяется формулой (2.61б), а функция распределения имеет следующий вид [39]:

$$F = F_1 + \left[\frac{2 \sqrt{\mu} \Lambda I_0 \left(\sqrt{\frac{\mu}{\Lambda}} \right)}{I_1 \left(\sqrt{\frac{\mu}{\Lambda}} \right)} \frac{\partial F_1}{\partial \mu} \right] \Big|_{\mu=\mu_c} \quad (2.71)$$

где F_1 — задается соотношением (2.61а), а Λ — формулой (2.69). Соотношение (2.71) позволяет проследить плавный переход от слабой к умеренной питч-угловой диффузии.

Для справедливости такой простой схемы обобщения результатов на случай умеренной питч-угловой диффузии изотропная часть функции распределения, определяемая вторым слагаемым в формуле (2.71), должна быть достаточно мала. Иначе она тоже будет давать вклад в инкремент за счет производной $\partial F / \partial v$ — см. (1.58).

2.4. ОБСУЖДЕНИЕ.

ВЛИЯНИЕ МОЩНОСТИ ИСТОЧНИКА ЧАСТИЦ НА ПАРАМЕТРЫ СТАЦИОНАРНОГО СОСТОЯНИЯ

Различные режимы диффузии по питч-углам в образном виде можно пояснить, развивая модель «дырявого ведра», предположенную в работе [112]. На рис. 2.1, б водопроводный кран представляет собой аналог источника энергичных частиц, отвер-

стия в боковой стенке ведра — сток частиц в конусы потерь, а уровень воды в ведре — число захваченных частиц. Когда число захваченных частиц достаточно велико, чтобы вызвать неустойчивость*, слабый источник приводит к слабому высыпанию, а число захваченных частиц не зависит от источника. Интересно отметить, что небольшая несимметрия в положении отверстий в этом случае приводит к выливанню воды только через одно из них. Тот же результат получается при слабом наклоне ведра, который моделирует разность потенциалов между сопряженными точками. Умеренный источник увеличивает скорость высыпания и число захваченных частиц. Сильный источник турбулизует вытекающую струю, увеличивает ее вязкость, и еще больше возрастает уровень жидкости в ведре. В последних двух режимах потоки, вытекающие даже через слегка несимметрично расположенные отверстия, практически одинаковы, так как в этих случаях поток определяется только сечением отверстий.

По ходу наших рассуждений стало ясно, что несопряженность электромагнитных шумов и потоков высыпающихся частиц свойственна режиму слабой диффузии по питч-углам. Подробный анализ этого вопроса проведен в работе [114], где, в частности, объяснено, почему с ростом магнитной активности чаще наблюдаются хорошо сопряженные электромагнитные шумы в субавроральной области магнитосферы.

При слабой питч-угловой диффузии потоки захваченных в магнитную ловушку и взаимодействующих с электромагнитными волнами энергичных электронов слабо зависят от характера источника частиц. Важна в основном только граничная энергия, с которой начинается степенной спектр. Это обстоятельство позволяет объяснить относительную стабильность параметров радиационных поясов в условиях значительных вариаций мощности источника частиц, потоков высыпающихся электронов, частотного спектра и уровня интенсивности волн.

Интегральные характеристики радиационных поясов, определяемые формулами (2.64), (2.66), (2.67), хорошо соответствуют аналогичным выражениям, полученным в приближении узкого спектра волн и однородного пробкотрона. Это не удивительно, так как соответствующие формулы в разд. 2.1 с точностью до числового коэффициента получены на основе общих соотношений баланса числа частиц и энергии в магнитной ловушке.

Для практических целей, пожалуй, даже более важным, чем найденное в разд. 2.3.1 точное решение, является установленное соотношение между спектрами волн и частиц. В условиях применимости обсуждаемой модели для степенных участков распределений справедливо следующее соотношение: если источник

* Аналогичные режимы, по-видимому, могут реализоваться не только в условиях ЦН, но и при других неустойчивостях, например в случае конусной неустойчивости с возбуждением электростатических колебаний на циклотронных гармониках [113].

поставляет частицы с энергетическим спектром $J \propto \omega^{-r}$, а декремент $\nu \propto \omega^p$, тогда энергетическое распределение захваченных частиц $F \propto \omega^{-q}$, а частотный спектр волн $E_\omega \propto \omega^s$, причем

$$q = p + \frac{3}{2}; \quad s = r - p - \frac{5}{2}. \quad (2.72)$$

Таким образом, энергетическое распределение захваченных частиц контролируется частотной зависимостью декремента. Частотный спектр волн весьма чувствителен к характеристикам источника частиц. Источникам частиц с крутым энергетическим распределением отвечают спектры со степенным ростом и резкой верхней отсечкой. Источникам частиц с пологим энергетическим распределением отвечают падающие участки степенного частотного спектра.

Для более мощных источников частиц характерна умеренная питч-угловая диффузия. В этом режиме спектр волн по-прежнему определяется теми же соотношениями, что и при слабой питч-угловой диффузии, а распределение захваченных частиц в низких энергетических каналах близко к энергетической зависимости источника частиц. Поэтому при переходе от слабой питч-угловой диффузии к умеренной возможно формирование изломов на энергетическом распределении захваченных частиц.

Экспериментальные исследования спектров шумовых низкочастотных электромагнитных излучений, а также распределений частиц в радиационных поясах ведутся уже много лет. Довольно обширные данные о результатах спутниковых измерений приведены, например, в работе [115]. На практике сравнительно часто отмечается отсечка излучений в области низких частот. Не исключено, однако, что в ряде случаев эта особенность спектров объясняется отражением волн около частоты двухионной отсечки [116]. Взятая выше за основу степенная зависимость декремента затухания волн от частоты не учитывает этого эффекта. Полученные формулы, по-видимому, хорошо описывают свойства так называемых ограниченных по частоте шипений с резкой верхней границей частотного спектра [117]. Такие излучения регистрируются на спутниках от 6 ч утра до 10 ч вечера по местному времени в интервале широт 10—55°.

Данные о спектрах волн и энергетических распределениях частиц с учетом результатов данного раздела можно использовать:

— для уточнения области параметров, в которых состояние радиационных поясов определяется циклотронной неустойчивостью;

— для определения зависимости добротности магнитосферного резонатора от частоты;

— для выяснения условий применимости расчетов, выполненных без учета конечной ширины спектра волн;

— для интерпретации и диагностического использования данных об энергетических спектрах с изломом.

Самостоятельной задачей является анализ устойчивости найденного стационарного состояния. Изучению такого типа вопросов посвящен следующий раздел, однако уже здесь имеет смысл отметить, что стационарное состояние (2.61) является устойчивым, если параметр r в мощности источника (2.58) достаточно большой (это соответствует переходу к решению с узким частотным спектром).

3. НЕСТАЦИОНАРНЫЕ ПРОЦЕССЫ

В альфвеновском мазере даже при постоянной мощности источника частиц и отсутствии других внешних воздействий наряду со стационарным возможны и динамические режимы. Изучение их начнем с относительно медленных нестационарных процессов. Будем считать, что параметры системы меняются медленно по сравнению с временами колебаний волн и частиц между точками отражения. В таком случае основой теории могут служить сформулированные в разд. 1.3 уравнения адиабатического приближения. Кроме того, для простоты почти во всей этой главе, за исключением разд. 3.7, будем считать, что мощность источника частиц достаточно мала, и можно ограничиться приближением слабой диффузии по питч-углам.

3.1. СКОРОСТНЫЕ УРАВНЕНИЯ И ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ

Довольно просто предположить, какие основные временные масштабы характерны для колебательных процессов в АМ. Состояние АМ во многом зависит от соотношения между T_l — временем жизни частиц в магнитной ловушке — и v^{-1} — временем изменения интенсивности волн. Поэтому из соображений размерности можно ожидать, что при действии источника J возможны следующие две сравнительно низкие ($\Omega_J \ll v$) частоты колебаний около стационарного состояния:

$$\Omega_J = \begin{cases} (v/T_l)^{1/2}; \\ T_l^{-1}. \end{cases} \quad (3.1)$$

При слабой диффузии частиц по питч-углам колебательные режимы с такими частотами часто оказываются возможными, причем первое выражение для частоты справедливо вблизи состояния равновесия, а второе — при значительном удалении от него. Для подтверждения и развития этих предварительных соображений обратимся к последовательному изучению свойств квазилинейных уравнений адиабатического приближения.

Многие процессы в АМ не связаны с существенной перестройкой сравнительно низкочастотного ($\omega \ll \omega_{BL}$) спектра электромагнитных волн. Для их анализа можно использовать приближение узкого и не меняющегося со временем спектра $E_\kappa = E(t) \delta(\kappa - \kappa_0)$. В таком случае уравнения (1.61) можно записать в следующем виде:

$$-\frac{\partial F}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \kappa} \left(D E \frac{\partial F}{\partial \kappa} \right) + J, \quad (3.2a)$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} = \left(\int_0^{\infty} \int_{\kappa_c}^{\kappa_m} K \cdot \frac{\partial F}{\partial \kappa} \cdot d\kappa dv \right) E - \nu E. \quad (3.26)$$

Здесь $\kappa = \mu^{1/2} = v_{\perp L} / v$ — синус питч-угла в центре магнитной ловушки; $D(\kappa, \nu)$, $K(\kappa, \nu)$, $\kappa_m(\nu)$ — известные положительно определенные функции; $\kappa_c = \sigma^{-1/2}$; $\nu = 2 |\ln R| T_{\text{гр}}$.

Отметим, что квазилинейная система уравнений строго сводится к форме (3.2) для резонаторов с узкой частотной полосой, а также для источников частиц с крутыми энергетическими спектрами. Во всех случаях для справедливости системы (3.2) источник $J(\kappa, \nu)$ должен поставлять в АМ частицы только в той области переменных (κ, ν) , в которой волны с частотами $\omega = \omega(\kappa_0)$ обеспечивают, с учетом неоднородности магнитного поля, диффузию частиц по пространству скоростей в конус потерь.

Начнем исследование решений системы (3.2). Случай произвольной функциональной зависимости мощности источника частиц будет рассмотрен ниже, а пока, следуя работе [27], для максимальной наглядности выберем источник, при котором решение получается наиболее просто. Таким свойством обладает источник

$$J = J_{\Sigma}(t) Z(\kappa) \delta(\nu - \nu_0), \quad (3.3)$$

где $\nu_0 = \text{const}$, $Z(\kappa)$ — положительное решение задачи Штурма—Лиувилля, соответствующей уравнению (3.2а),

$$\frac{d}{d\kappa} \left(D \frac{dZ}{d\kappa} \right) = -\delta Z, \quad (3.4)$$

$$Z = 0 \text{ при } \kappa = \kappa_c, \quad \frac{dZ}{d\kappa} = 0 \text{ при } \kappa = \kappa_m.$$

Из общей теории самосопряженных операторов [118] известно, что при достаточно гладком и положительном коэффициенте диффузии $D(\kappa, \nu_0)$ задача (3.4) имеет одно положительное решение $Z(\kappa)$, которому отвечает собственное значение $\delta > 0$. В качестве нормировки этой функции в данном случае удобно использовать условие

$$\int_{\kappa_c}^{\kappa_m} Z d\kappa = \frac{1}{(2\pi \nu_0)^2 a \sigma}. \quad (3.5)$$

Тогда при подходящих начальных условиях выражение для функции распределения $F(t, \kappa, \nu)$ можно записать в виде произведения

$$F = N Z \delta(\nu - \nu_0), \quad (3.6)$$

причем $N(t)$ — полное число энергичных частиц в трубке

магнитного поля с единичным сечением на уровне ионосферы. В результате для определения величины $N(t)$ и $E(t)$ получаем систему уравнений в обыкновенных производных

$$\begin{aligned} \frac{dN}{dt} &= -\delta E N + J_s, \\ \frac{dE}{dt} &= h E N - \nu E. \end{aligned} \quad (3.7)$$

Эти уравнения совпадают со скоростными уравнениями кинетической теории лазеров с быстрой релаксацией поляризации [44, 45].

В качестве примера приведем конкретные выражения угловой зависимости мощности источника частиц $Z(\kappa)$ и коэффициентов δ , h для реальных функций $D(\kappa)$ и $K(\kappa)$. Допустим, что выполняются условия (1.69) и

$$D = D_0 \kappa, \quad K = K_0 \kappa^2. \quad (3.8)$$

Тогда

$$Z = \frac{p^2}{4\pi v_0^2 a \sigma} [J_0(2p \kappa_c^{1/2}) N_0(2p \kappa_m^{1/2}) - N_0(2p \kappa_c^{1/2}) J_0(2p \kappa_m^{1/2})], \quad (3.9)$$

где p — первый корень уравнения $J_0(2p \kappa_c^{1/2}) N_1(2p \kappa_m^{1/2}) = N_0(2p \kappa_c^{1/2}) J_1(2p \kappa_m^{1/2})$.

В свою очередь,

$$\delta = (2\pi v_0)^2 a \sigma D_0 \kappa \left. \frac{\partial Z}{\partial \kappa} \right|_{\kappa=\kappa}; \quad h = K_0 \int_{\kappa_c}^{\kappa_m} \kappa^2 \frac{dZ}{d\kappa} d\kappa. \quad (3.10)$$

3.1.1. Эволюция системы без источников частиц

Рассмотрим сначала эволюцию параметров АМ от заданного начального состояния без источника частиц. В таком случае система (3.7) сводится к двум более простым уравнениям

$$\begin{aligned} \frac{dN}{dt} &= -\delta E N, \\ \frac{dE}{dt} &= h E N - \nu E \end{aligned} \quad (3.11)$$

с начальными условиями $N = \tilde{N} > \nu/h$, $E = \tilde{E}$ при $t=0$.

Система (3.11) имеет интеграл движения

$$\delta(E - \tilde{E}) + h(N - \tilde{N}) = \nu \ln(N/\tilde{N}), \quad (3.12)$$

с учетом которого зависимость $N(t)$ в неявном виде определяется следующим соотношением:

$$t = \int_{\ln(N/\tilde{N})}^0 \{\delta \tilde{E} + v \xi + \tilde{\gamma} [1 - \exp(\xi)]\}^{-1} d\xi, \quad (3.13)$$

где $\tilde{\gamma} = h \tilde{N}$ — начальный инкремент неустойчивости. Плотность энергии свистовых волн E , как функция времени, имеет максимум, равный

$$E_{\max} = \tilde{E} + \frac{1}{\delta} \left[\tilde{\gamma} - v - v \ln \left(\frac{\tilde{\gamma}}{v} \right) \right], \quad (3.14)$$

а характерное время аperiodического процесса

$$T \approx (\tilde{\gamma} - v)^{-1} \ln(E_{\max}/\tilde{E}). \quad (3.15)$$

Таким образом, содержание энергичных электронов в магнитной ловушке N монотонно уменьшается, а поток высыпавшихся частиц $S = (\delta/2) E N$ примерно повторяет временную зависимость плотности энергии электромагнитных волн. Существенно, что в конечном состоянии, когда $E \rightarrow 0$, содержание захваченных частиц может быть значительно меньше порогового, соответствующего границе неустойчивости $N = v/h$, особенно, если в начальный момент \tilde{N} существенно превышало v/h .

3.1.2. Релаксационные колебания параметров системы

Допустим теперь, что в АМ действует постоянный во времени источник частиц с мощностью J_{Σ} . В таком случае система (3.7) имеет состояние равновесия, которое характеризуется следующими параметрами:

$$N_0 = v/h, \quad E_0 = h J_{\Sigma} / \delta v. \quad (3.16)$$

Исследуем динамику параметров АМ вблизи состояния равновесия (3.16). Для этого линеаризуем около него систему (3.7) и представим все величины в виде $a = a_0 + a_{\sim} \exp(\lambda t)$. После этого получаем характеристическое уравнение

$$\lambda^2 + 2v_J \lambda + \Omega_J^2 = 0, \quad (3.17)$$

в котором введены следующие обозначения:

$$\begin{aligned} \Omega_J &= (h J_{\Sigma})^{1/2}, \\ v_J &= (h J_{\Sigma} / 2v). \end{aligned} \quad (3.18)$$

Если мощность источника частиц записать в виде $J_{\Sigma} = N_0/T_l$, где T_l — время жизни частиц в магнитной ловушке, то оказывается, что

$$\begin{aligned}\Omega_J &= (\nu/T_l)^{1/2}, \\ \nu_J &= (1/2 T_l).\end{aligned}\quad (3.19)$$

Здесь $\nu = 2|\ln R|/T_{\text{гр}}$ — декремент электромагнитных волн, равный в стационарном состоянии удвоенному среднему инкременту ($\nu = 2\Gamma/T_{\text{гр}}$). Характеристическое уравнение (3.17) и формулы (3.18) показывают, что слабозатухающие колебания интенсивности электромагнитного излучения и потоков частиц имеют место при выполнении неравенства

$$\Omega_J T_{\text{гр}} < 4|\ln R|. \quad (3.20)$$

Кроме того, из соотношений (3.18) следует, что собственная частота колебаний растет с увеличением мощности источника частиц как $J_{\Sigma}^{1/2}$, а добротность $Q_J = \Omega_J/2\nu_J$ релаксационных колебаний падает как $J_{\Sigma}^{-1/2}$. Добротность уменьшается также с уменьшением поглощения электромагнитных волн, которое характеризуется декрементом ν .

Ряд выводов можно сделать о поведении системы (3.7) вдали от состояния равновесия, где для качественного анализа удобна показанная на рис. 3.1, а фазовая плоскость. Квазипериодические режимы циклотронной генерации последовательности затухающих пичков электромагнитного излучения (рис. 3.1, б) полностью описываются одним, эквивалентным системе (3.7) нелинейным уравнением

$$\frac{d^2 \zeta}{dt^2} + 2\nu_J \frac{d\zeta}{dt} \exp(\zeta) + \Omega_J^2 [\exp(\zeta) - 1] = 0, \quad (3.21)$$

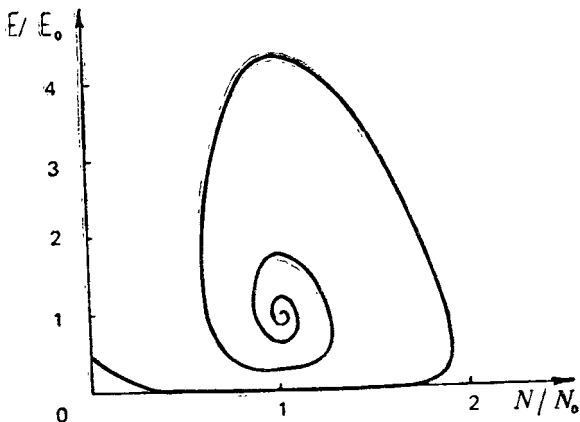
в котором $\zeta = \ln(E/E_0)$, E_0 — как и прежде, плотность энергии электромагнитных волн в стационарном состоянии, а содержание энергичных частиц в магнитной трубке $N = (\nu/h) + (1/h)d\zeta/dt$.

Форма отдельного пичка электромагнитного излучения в случае слабозатухающих колебаний ($\nu_J \rightarrow 0$) определяется следующим соотношением:

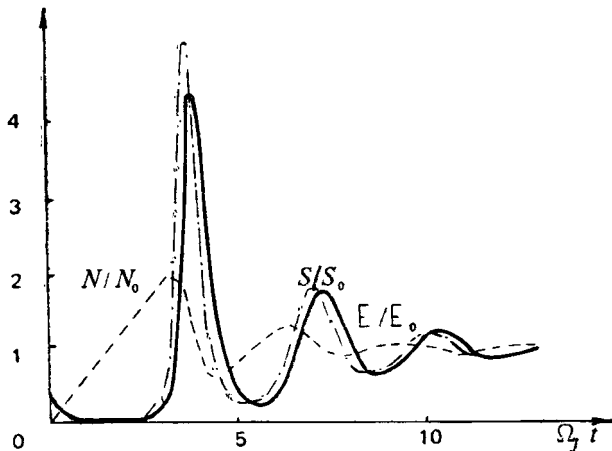
$$\sqrt{2} \Omega_J (t - t_0) = \pm \int_{\zeta(t_0)}^{\zeta} [\exp(\zeta_{\text{max}}) - \zeta_{\text{max}} - \exp(\zeta') + \zeta']^{-1/2} d\zeta'. \quad (3.22)$$

Соотношение (3.22) нетрудно исследовать в сильнонелинейном пределе. Когда $E_{\text{max}}/E_0 \gg 1$, частота следования пичков и их длительность равны соответственно

$$\begin{aligned}\Omega_{J \text{ нел}} &\approx \pi \left(\frac{E_0}{2E_{\text{max}}} \right)^{1/2} \Omega_J, \\ \Delta t &\approx \Omega_J^{-1} \left(\frac{2E_0}{E_{\text{max}}} \right)^{1/2} \ln \left(\frac{4E_{\text{max}}}{E_0} \right).\end{aligned}\quad (3.23)$$



а)



б)

Рис. 3.1. Релаксационные колебания в АМ: а — фазовая плоскость; б — релаксация параметров системы к равновесию

Максимальная плотность энергии в первых пиках электромагнитного излучения (до того, как проявится затухание $t \ll \nu_{\text{нел}}^{-1}$) может быть найдена через начальные значения параметров АМ \tilde{N} и \tilde{E}

$$\frac{E_{\text{max}}}{E_0} = \ln \left(\frac{E_0}{\tilde{E}} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{\nu - h \tilde{N}}{\Omega_J} \right)^2. \quad (3.24)$$

Если теперь вернуться к уравнению (3.21) с конечным ν_J , то

можно установить любопытную закономерность: максимальная плотность энергии в пичке электромагнитного излучения E_{\max} затухает со временем, как и вблизи от состояния равновесия, по экспоненте с

$$\nu_{J \text{ нед}} = (2/3) \nu_{J.} \quad (3.25)$$

Таким образом, основные закономерности, характерные для поведения АМ вблизи состояния равновесия, такие, как условия существования квазипериодических режимов, рост собственной частоты в зависимости от мощности источника, сохраняются и для нелинейных режимов при значительном отклонении параметров АМ от равновесия.

Поясним физическую причину рассмотренных колебаний. Допустим, что плотность энергии волн по какой-то причине стала выше стационарной. Это увеличивает высыпания частиц на торцы магнитной ловушки. Частиц в системе становится меньше, чем в равновесии. Уменьшается инкремент ЦН, а затем и плотность энергии волн. На этом этапе волн в системе меньше нормы и возрастает эффективность накопления частиц. Их становится больше, чем в стационарном состоянии. Возрастает инкремент, и плотность энергии волн превышает стационарный уровень. После этого процесс может повториться.

Исследованные релаксационные колебания особенно важны при воздействии на АМ периодических возмущений, например гидромагнитных волн. Эти вопросы подробно рассмотрены в разд. 3.9.

Полученные выше результаты касались частного вида функциональной зависимости мощности источника частиц от пич-угла и энергии. Вместе с тем в последующих разделах будет показано, что колебательные режимы с частотой Ω_J существуют для широкого класса источников при произвольной функциональной зависимости мощности источника частиц и коэффициентов в квазилинейной системе уравнений. Такие колебательные режимы являются общим свойством АМ при наличии источника частиц. В ряде случаев эти колебания являются первопричиной для широкого класса других нелинейных автоколебательных режимов.

3.2. УСТОЙЧИВОСТЬ СТАЦИОНАРНОГО СОСТОЯНИЯ

В предыдущем разделе было установлено, что если мощность источника частиц по своей угловой зависимости повторяет собственную функцию оператора пич-угловой диффузии, то для АМ характерны релаксационные колебания, слабозатухающие при определенных условиях.

Проанализируем теперь, следуя работе [36], свойства колебательных процессов вблизи состояния стационарной генерации в общем случае произвольной зависимости мощности источни-

ка частиц $J(\kappa, \nu)$ от κ и ν . За основу возьмем систему уравнений (3.2), в которой $D(\kappa, \nu)$, $K(\kappa, \nu)$ и $\kappa_m(\nu)$ — известные, плавно меняющиеся положительные функции. Будем считать, что функция распределения удовлетворяет граничным условиям, отвечающим слабой диффузии по питч-углам,

$$F=0 \text{ при } \kappa=\kappa_c, \quad \frac{\partial F}{\partial \kappa}=0 \text{ при } \kappa=\kappa_m, \quad (3.26)$$

где второе граничное условие соответствует отсутствию потока частиц через границу области взаимодействия волн и частиц.

Используя уравнения (3.2) и граничные условия (3.26), находим стационарное ($\partial/\partial t=0$) состояние АМ

$$F_0(\kappa, \nu) = \int_{\kappa_c}^{\kappa} \left\{ [D(\kappa', \nu) E_0]^{-1} \int_{\kappa'}^{\kappa_m} J(\kappa'', \nu) d\kappa'' \right\} d\kappa' \quad (3.27a)$$

$$E_0 = \nu^{-1} \int_0^{\infty} \left\{ \int_{\kappa_c}^{\kappa_m} [K(\kappa', \nu) D^{-1}(\kappa', \nu)] \int_{\kappa'}^{\kappa_m} J(\kappa'', \nu) d\kappa'' \right\} d\nu. \quad (3.27b)$$

Вблизи состояния равновесия поведение АМ описывается линеаризованной системой уравнений

$$\frac{\partial F_{\sim}}{\partial t} = -\frac{E_{\sim}}{E_0} J + \frac{\partial}{\partial \kappa} \left(D E_0 \frac{\partial F_{\sim}}{\partial \kappa} \right) \quad (3.28a)$$

$$\frac{\partial E_{\sim}}{\partial t} = E_0 \int_0^{\infty} \left(\int_{\kappa_c}^{\kappa_m} K \frac{\partial F_{\sim}}{\partial \kappa} d\kappa \right) d\nu \quad (3.28b)$$

с граничными условиями (3.26) для F_{\sim} . Здесь принято, что

$$F = F_0 + F_{\sim}, \quad E = E_0 + E_{\sim}, \quad \text{а } |F_{\sim}| \ll F_0, \quad |E_{\sim}| \ll E_0.$$

Для выяснения свойств системы (3.28) рассмотрим два предельных случая. Допустим сначала, что перестройка функции распределения происходит адиабатически

$$\left| \frac{\partial F_{\sim}}{\partial t} \right| \ll \left| \frac{\partial}{\partial \kappa} \left(D E_0 \frac{\partial F_{\sim}}{\partial \kappa} \right) \right|. \quad (3.29)$$

В таком случае из уравнения (3.28a) с учетом (3.2a) получаем

$$F_{\sim} = -\frac{E_{\sim}}{E_0} F_0. \quad (3.30)$$

Подставляя приближенное выражение (3.30) в (3.28b), для процесса $\exp(\lambda t)$ находим

$$\lambda = - \left\{ \int_0^{\infty} \left[\int_{\kappa_c}^{\kappa_m(v)} K(\kappa, v) \frac{\partial F_0}{\partial \kappa} d\kappa \right] dv \right\} = -\nu. \quad (3.31)$$

Условие такого аperiodического затухания отклонений от стационарного состояния установим, подставив (3.30) и (3.31) в неравенство (3.29). В результате получаем $\nu F_0 \ll J$. Для сравнительно плавной зависимости мощности источника и функции распределения от pitch-угла это соотношение согласно (2.32) можно записать в следующем виде:

$$\nu T_l \ll 1, \quad (3.32)$$

где T_l — характерное время жизни частиц радиационных поясов в магнитной ловушке (2.32). В магнитосферных условиях выполнение неравенства (3.32) вряд ли возможно даже при времени жизни частиц, близком к минимальному (2.36). Поэтому реализация аperiodического режима релаксации к равновесному состоянию может иметь место только при сильно неравномерной угловой зависимости источника частиц и функции распределения. Это согласуется с выводом, полученным другим методом в работе [35].

Следуя работе [36], перейдем к анализу второго предельного случая, когда

$$\left| \frac{\partial}{\partial \kappa} \left(D E_0 \frac{\partial F_{\sim}}{\partial \kappa} \right) \right| \ll \left| \frac{\partial F_{\sim}}{\partial t} \right|. \quad (3.33)$$

При этом, если источник частиц J удовлетворяет тем же граничным условиям (3.26), что и функция распределения ($J=0$ при $\kappa=\kappa_c$, $\partial J/\partial \kappa=0$ при $\kappa=\kappa_m$), из (3.28а) находим $\partial E_{\sim}/\partial t \approx \approx -(E_{\sim}/E_0)J$. Используя это приближенное выражение для оценки малого диффузионного слагаемого, вместо (3.28а) получаем

$$\frac{\partial^2 F_{\sim}}{\partial t^2} = -\frac{J}{E_0} \frac{\partial E_{\sim}}{\partial t} - E_{\sim} \frac{\partial}{\partial \kappa} \left(D \frac{\partial J}{\partial \kappa} \right). \quad (3.34)$$

Объединяя в систему (3.34) и (3.28б), для процесса $\exp(\lambda t)$ нетрудно записать характеристическое уравнение

$$\lambda^2 + \Omega_J^2 + 2\Omega_J^2 \frac{\nu J}{\kappa} = 0, \quad (3.35)$$

где введены следующие обозначения:

$$\Omega_J = \left\{ \int_0^{\infty} \left[\int_{\kappa_c}^{\kappa_m(v)} K(\kappa, v) \frac{\partial J(\kappa, v)}{\partial \kappa} d\kappa \right] dv \right\}^{1/2}, \quad (3.36a)$$

$$\gamma_J = \frac{1}{2\Omega_J^2} \int_0^\infty \left\{ \int_{x_c}^{x_m} K(x, v) \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[D(x, v) E_0 \frac{\partial J(x, v)}{\partial x} \right] dx \right\} dv. \quad (3.36)$$

В соответствии с исходным предположением (3.33) $|\gamma_J/\lambda| \ll 1$, и поэтому нетрудно записать приближенное решение характеристического уравнения (3.35)

$$\lambda = \pm i \Omega_J + \gamma_J. \quad (3.37)$$

Согласно (3.33) и (3.37) условие применимости этого результата

$$\left| \frac{1}{J \Omega_J} \frac{\partial}{\partial x} \left(D E_0 \frac{\partial J}{\partial x} \right) \right| \ll 1. \quad (3.38)$$

В случае сравнительно плавной угловой зависимости источника частиц и функции распределения неравенство (3.38) соответствует условию $|\gamma_J/\Omega_J| \ll 1$ и может быть записано следующим образом:

$$T_l |\Omega_J| \gg 1. \quad (3.39)$$

Величина $\Omega_J \sim J^{1/2}$, а $T_l \sim J^{-1}$. Следовательно, для выполнения условия справедливости проведенного расчета (3.39) мощность источника частиц должна быть достаточно малой.

Выражения (3.36) и (3.37) являются обобщением результата (3.17) и (3.18), полученного для специальной угловой зависимости источника частиц. В общем случае оказывается, что для определенных угловых распределений $J(x)$ возможна неустойчивость стационарного состояния АМ (3.27). Случай, когда $\Omega_J^2 < 0$, не представляет особого интереса. Дело в том, что в такой ситуации аperiodический выход из равновесного состояния согласно исходной системе (3.2) сопровождается исключением ЦН и неограниченным накоплением частиц в радиационных поясах.

Значительно более интересна колебательная неустойчивость ($\Omega_J^2 > 0$, $\gamma_J > 0$), приводящая к самовозбуждению колебательных процессов в АМ. В соответствии с (3.36а) частота колебаний параметров АМ равна квадратному корню из выражения для усредненного инкремента, входящего в уравнение (3.26), в котором вместо функции распределения стоит мощность источника частиц. Инкремент (3.36б) может быть положителен при определенных угловых зависимостях источника.

Чтобы показать принципиальную возможность неустойчивости с $\gamma_J > 0$, ограничимся случаем $x_m \ll 1$, когда согласно (1.99) и (1.102а) $D \propto x$, $K \propto x^2$. При этом неустойчивость реализуется, например, для источника $J \propto \xi(\xi^2 - 3\xi + 3)$, где $\xi = (x - x_c)/(x_m - x_c)$. Оценку инкремента неустойчивости получаем из выражений (3.36)

$$\gamma_J \approx D E_0 \approx \frac{1}{T_l}, \quad (3.40)$$

где T_l — характерное время жизни частиц в радиационных поясах.

Более тщательный расчет, проведенный в следующем разделе, показывает, что формулы (3.21), (3.35) и (3.36) описывают свойства ближайшего к границе устойчивости корня характеристического уравнения. Также в последующих разделах будет установлено, что причина неустойчивости стационарного режима работы АМ связана с модуляцией анизотропии функции распределения. Дело в том, что, когда мощность источника частиц по своей угловой зависимости отличается от собственной функции оператора диффузии поpitch-углам (3.3), происходит модуляция анизотропии функции распределения. Эта модуляция в двухуровневой системе (3.7) может играть роль просветляющего фильтра, делающего переменным коэффициент ν .

3.2.1. Точное решение модельной задачи об устойчивости

Целый ряд закономерностей поведения параметров АМ около стационарного состояния удалось выяснить без конкретизации функциональной зависимости коэффициентов в системе (3.2). Чтобы исследовать этот вопрос более тщательно, сделаем, как и в работе [34], дополнительные упрощения в задаче. Ограничимся случаем мощности источника частиц с малым разбросом по модулю скорости ($v \approx v_0$). Предположим, что пробочное отношение невелико, а скорость частиц достаточно большая и параметр $\beta_* = (\omega_{pL} v / \omega_{BL} c)^2 \gg 1$. В таком случае не происходит существенного изменения средней частоты излучения, а функции D , K и κ_m можно считать постоянными. С учетом сделанных предположений вместо (3.2) получаем следующую систему уравнений:

$$\frac{\partial f}{\partial \tau} = \varepsilon \frac{\partial^2 f}{\partial \xi^2} + j, \quad (3.41a)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial \tau} = \varepsilon f(\xi=1) - \varepsilon. \quad (3.41b)$$

Здесь введены безразмерные величины: $f(\tau, \xi) = \frac{K}{v} \int_0^\infty F dv$ —

Функция распределения энергичных электронов, $\varepsilon(\tau) = \frac{D}{\nu(\kappa_m - \kappa_c)^2} E$ — плотность энергии свистовых волн, $j(\xi) =$

$\bar{v} = \frac{K}{v^2} \int_0^\infty J dv$ — мощность источника частиц, $\tau = vt$ — время,

$\xi = \frac{\kappa - \kappa_c}{\kappa_m - \kappa_c}$ соответствует питч-углу, причем $\xi = 0$ отвечает

конусу потерь, а $\xi = 1$ — границе области взаимодействия волн и частиц. При слабой диффузии частиц по питч-углам (2.17) систему (3.41) надо решать с однородными граничными условиями

$$f = 0 \text{ при } \xi = 0, \quad \frac{\partial f}{\partial \xi} = 0 \text{ при } \xi = 1. \quad (3.42)$$

Корни характеристического уравнения. У системы (3.41) есть стационарное состояние, отвечающее балансу между поступлением частиц от источника и их высыпанием на торцы из-за рассеяния по питч-углам,

$$\bar{j}_0 = \varepsilon_0^{-1} \int_0^\xi \left(\int_{\xi'}^1 j d\xi'' \right) d\xi', \quad (3.43a)$$

$$\varepsilon_0 = \int_0^1 \xi j d\xi. \quad (3.43b)$$

Перейдем к анализу устойчивости стационарного состояния (3.43) в рамках системы (3.41), но в отличие от проведенного выше рассмотрения осуществим его в общем виде, не ограничиваясь предельными случаями. Для анализа устойчивости стационарного состояния линеаризуем систему (3.41) около стационарного состояния (3.43), считая, что $f = \bar{f}_0 + \bar{f}_\sim$ и $\varepsilon = \varepsilon_0 + \varepsilon_\sim$, где $|\bar{f}_\sim| \ll \bar{f}_0$ и $|\varepsilon_\sim| \ll \varepsilon_0$. Таким образом, для процесса $\exp(\lambda \tau)$ получаем

$$\lambda \bar{f}_\sim = \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \bar{f}_\sim}{\partial \xi^2} - \frac{\varepsilon_\sim}{\varepsilon_0} j, \quad (3.44a)$$

$$\lambda \varepsilon_\sim = \varepsilon_0 \bar{f}_\sim (\xi = 1). \quad (3.44b)$$

Домножим уравнение (3.44a) на $\sin(\mu \xi)$ и проинтегрируем по ξ от 0 до 1. С учетом граничных условий (3.42) находим, что

$$\begin{aligned} (\lambda + \varepsilon_0 \mu^2) \int_0^1 \bar{f}_\sim \sin(\mu \xi) d\xi + \varepsilon_0 \mu (\cos \mu) \bar{f}_\sim (\xi = 1) = \\ = - \frac{\varepsilon_\sim}{\varepsilon_0} \int_0^1 j \sin(\mu \xi) d\xi. \end{aligned} \quad (3.45)$$

Потребуем теперь, чтобы введенная величина μ определялась из соотношения

$$\lambda + \varepsilon_0 \mu^2 = 0. \quad (3.46)$$

В результате, используя (3.43б), (3.44б), (3.45) и (3.46), находим характеристическое уравнение

$$\mu^3 \cos \mu = \left(\int_0^1 \xi j d\xi \right)^{-2} \int_0^1 j \sin(\mu \xi) d\xi. \quad (3.47)$$

Причем согласно (3.43б) и (3.46)

$$\lambda = -\mu^2 \int_0^1 \xi j d\xi. \quad (3.48)$$

В предельных случаях вопрос об устойчивости удается решить аналитически [34]. Например, при $j \gg 1$ для ближайшего к границе устойчивости ненулевого решения (с малым $|\mu| \ll 1$) в характеристическом уравнении (3.47) можно заменить $\cos \mu \rightarrow 1$ и $\sin(\mu \xi) \rightarrow \mu \xi$. Тогда

$$\lambda \approx -1. \quad (3.49)$$

Для анализа прогибоположного предельного случая уравнение (3.47) удобно предварительно преобразовать. В частности, если $j=0$ при $\xi=0$ и $\partial j / \partial \xi = 0$ при $\xi=1$, то, интегрируя несколько раз по частям, с учетом (3.48) получаем

$$\begin{aligned} \lambda^2 + j(\xi=1) + \frac{1}{\lambda} \left(\int_0^1 \xi j d\xi \right) \frac{\partial^2 j}{\partial \xi^2} \Big|_{\xi=1} = \\ = \frac{1}{\lambda \cos \mu} \left(\frac{\partial^2 j}{\partial \xi^2} \Big|_{\xi=1} + \int_0^1 \frac{\partial^3 j}{\partial \xi^3} \cos(\mu \xi) d\xi \right) \int_0^1 \xi j d\xi. \end{aligned} \quad (3.50)$$

При низкой мощности источника ($j \ll 1$) вблизи границы устойчивости несущественной оказывается правая часть характеристического уравнения (3.49), а из равенства нулю левой части следует, что

$$\lambda = \left(\pm j^{1/2} i + \frac{1}{2j} \frac{\partial^2 j}{\partial \xi^2} \int_0^1 \xi j d\xi \right) \Big|_{\xi=1}. \quad (3.51)$$

Соотношения (3.49) и (3.51) полностью согласуются с уже известными нам результатами, определяемыми формулами (3.31), (3.36) и (3.37).

Подставим теперь в уравнение (3.47) мощность источника частот, для которой в работе [34] была впервые обнаружена неустойчивость стационарного состояния

$$j=I(4\xi-8\xi^3+5\xi^4). \quad (3.52)$$

Дополнительный резон сделанного выбора связан с тем, что мощность источника (3.49) удовлетворяет граничным условиям (3.42), характерным для функции распределения, а это удобно для сопоставления с полученными выше результатами. После элементарного интегрирования характеристическое уравнение (3.47) запишется следующим образом:

$$I\mu^4 \cos \mu = \left(\frac{30}{17}\right)^2 \left[\left(-1 + \frac{12}{\mu^2} - \frac{120}{\mu^4}\right) \cos \mu - \frac{72}{\mu^3} \sin \mu + \frac{120}{\mu^4} \right]. \quad (3.53)$$

Соотношение (3.48) показывает, что

$$\lambda = -\frac{17}{30} I \mu^2, \quad (3.54)$$

а неустойчивость реализуется в области $|\operatorname{Im} \mu| > |\operatorname{Re} \mu|$, где $\operatorname{Re} \lambda > 0$. Границе области устойчивости отвечает $\mu = r(1 \pm i)$, где r — действительное число. Чтобы определить, чему это число равно, подставим μ в таком виде в характеристическое уравнение (3.53). После отделения действительных и мнимых частей выясняется, что границе области устойчивости соответствует

$$r = 2,943, \quad I_0 = 0,0131, \quad \lambda = \pm 0,128i. \quad (3.55)$$

Детальный анализ корней $\lambda_s = i\omega_s + \nu_s$ характеристического уравнения (3.50) при изменении мощности источника частиц I в широких пределах был выполнен численно. Результаты проведенных в работе [38] расчетов приведены на рис. 3.2. Для корней, начиная с третьего, слагаемое $\cos \mu$ играет основную роль в правой части (3.53). Поэтому приближенные выражения для этих устойчивых корней соответствуют условно $\cos \mu = 0$ и

$$\lambda_s \approx -\frac{17}{30} \left(-\frac{3\pi}{2} + \pi s\right)^2, \quad s \geq 3. \quad (3.56)$$

На рис. 3.2 в качестве примера показана точная зависимость от I третьего корня.

Корень λ_2 для сравнительно большой мощности источника частиц примерно следует формуле (3.56), а $\lambda_1 \approx -1$. При меньших I корни $\lambda_{1,2}$ сближаются, а когда $I < I_2 = 2,904$, они становятся комплексно-сопряженными, и возникает действительная часть частоты. Наконец, если $I < I_0 = 0,0131$, показанные на рис. 3.2 корни $\lambda_{1,2}$ имеют положительную действительную часть, отвечающую неустойчивым возмущениям. В предельном случае $I \rightarrow 0$ справедлива формула (3.51) и поэтому

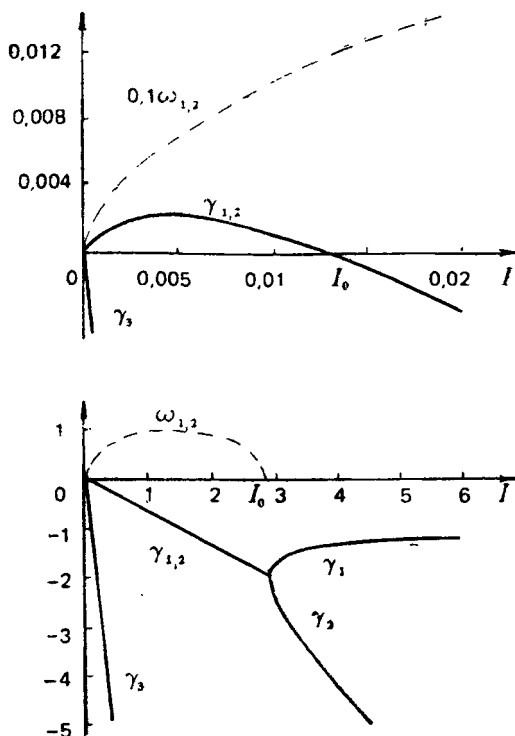


Рис. 3.2. Изменение трех первых корней характеристического уравнения (их номера показаны цифрами) в зависимости от мощности источника частиц. Сплошными линиями показаны инкременты γ_s , а пунктирными: на верхнем рисунке $0,1\omega_s$, а на нижнем ω_s .

$$\lambda_{1,2} = \pm i I^{1/2} + \frac{17}{5} I. \quad (3.57)$$

Еще один корень характеристического уравнения (3.50) $\lambda_0 = 0$.

Роль тонких особенностей источника частиц. Не очень заметной, но важной предпосылкой в проведенных расчетах было предположение о том, что мощность источника частиц удовлетворяет тем же граничным условиям, что и функция распределения (3.42): $j=0$ при $\xi=0$, $\partial j/\partial \xi=0$ при $\xi=1$. Реально источник частиц не должен удовлетворять каким-то наперед заданным условиям. В частности, если инжекция частиц происходит на уровне торцов, то $j(0) \neq 0$. Для произвольных в этом плане источников расчет можно провести на основе характеристического уравнения (3.47).

Интересно отметить, что, если мощность источника частиц не удовлетворяет граничным условиям (3.42), принятым для функции распределения, неустойчивость стационарного состоя-

ния возможна для более широкого числа случаев по сравнению с выводами, которые можно сделать из формулы (3.51). Например, если, следуя работе [34], задать постоянную мощностью источника $j=I=\text{const}$, то характеристическое уравнение (3.47) сводится к довольно простому виду

$$I \mu^4 \cos \mu = (1 - \cos \mu). \quad (3.58)$$

Учитывая соотношение $\lambda = -I \mu^2/2$, легко показать, что в рамках уравнения (3.58) неустойчивость тоже возможна, и она реализуется в зонах

$$\frac{\text{ch}(2\pi s) - 1}{(2\pi s)^4 \text{ch}(2\pi s)} < I < \frac{\text{ch}(2\pi s - \pi) + 1}{(2\pi s - \pi)^4 \text{ch}(2\pi s - \pi)}; \quad s = 1, 2, \dots, \quad (3.59)$$

чередующихся с зонами устойчивости. При сравнительно больших значениях $I > 1$ колебания затухают. Для достаточно малой мощности источника частиц ($I \ll 1$) частота и инкремент неустойчивости определяются следующим выражением:

$$\lambda = \pm I^{1/2} i - I^{1/2} \exp(-I^{-1/4}) \sin(I^{-1/4}). \quad (3.60)$$

Таким образом, как упрощенное, так и более тщательное рассмотрение указывает на возможность неустойчивости режима стационарной генерации в АМ. С целью изучения механизма и следствий этой неустойчивости надо вернуться к анализу нелинейных систем уравнений для общего (3.2) и для модельного (3.41) случаев.

3.3. БЫСТРОЕ НАСЫЩЕНИЕ ПОГЛОЩЕНИЯ В МНОГОУРОВНЕВОМ ПЛАЗМЕННОМ МАЗЕРЕ

В данном разделе на основе выводов работы [119] будет показано, что самосогласованную систему квазилинейных уравнений, описывающих развитие циклотронной неустойчивости, можно записать в виде балансных уравнений, характерных для лазера с быстрым насыщающимся поглотителем. При этом оказывается, что возможны случаи, когда по мере квазилинейной релаксации функции распределения инкремент не уменьшается, а увеличивается. В таких условиях в системе возможно возбуждение гигантских импульсов.

Преобразование уравнений к многоуровневой форме. Возьмем за основу самосогласованную систему квазилинейных уравнений (3.2), которую при слабой диффузии по питч-углам надо решать с граничными условиями (3.26). Для общности учтем, что входящая в уравнение (3.2а) мощность источника частиц реально сама может зависеть от функции распределения. Конкретные примеры таких зависимостей рассмотрены в разд. 5.2,

5.3 и 5.5. Чтобы учесть, хотя бы частично, влияние этого фактора, сделаем в уравнении (3.2а) замену

$$J \rightarrow J - \frac{F}{T_0} \quad (3.61)$$

где T_0 — время жизни частиц в магнитной ловушке, не связанное с неустойчивостью, а обусловленное, например, кулоновскими столкновениями.

Введем в рассмотрение задачу Штурма — Лиувилля

$$\frac{d}{d\kappa} \left(D \frac{dZ_q}{d\kappa} \right) = -\delta_q Z_q, \quad (3.62)$$

в которой собственные функции $Z_q(\kappa)$ удовлетворяют тем же граничным условиям (3.26), что и функция распределения. Собственные функции самосопряженного дифференциального оператора всегда можно выбрать действительными, а собственные значения положительны ($\delta_q > 0$).

Зададимся мощностью источника частиц со сравнительно общей угловой зависимостью и малым разбросом по модулю скорости

$$J = \left(\sum_{q=1}^{\infty} J_q Z_q \right) \delta(v - v_0). \quad (3.63)$$

Тогда решение для функции распределения можно искать в виде аналогичного ряда Фурье

$$F = \left(\sum_{q=1}^{\infty} F_q Z_q \right) \delta(v - v_0). \quad (3.64)$$

Используя ортогональность системы собственных функций (3.62), вместо системы (3.2), даже с учетом обобщения (3.61), получаем следующую систему уравнений в полных производных:

$$\frac{dF_q}{dt} = -\delta_q E F_q - \frac{F_q}{T_0} + J_q, \quad (3.65)$$

$$\frac{dE}{dt} = \left(\sum_{q=1}^{\infty} h_q F_q - \nu \right) E,$$

в которой $h_q = \int_{\kappa_1}^{\kappa_2} K \frac{dZ_q}{d\kappa} d\kappa$.

Аналогия с лазерами. Уравнения (3.65) совпадают со скоростными уравнениями лазера с двумя зонами из многих уровней и широкой линией резонатора, а также с уравнениями лазера с неоднородно подсвеченным рабочим веществом [120]. Уравне-

ния в форме (3.65) особенно удобны для анализа устойчивости стационарного состояния, отвечающего балансу между поступлением частиц от источника и их высыпанием в ионосферу, если возбуждено немного угловых мод. Например, если $T_0 \rightarrow \infty$, а мощность источника частиц является линейной комбинацией функций Z_1 и Z_2 , то стационарное состояние будет неустойчиво при

$$(\delta_1^{-1} + \delta_2^{-1}) (\delta_2 h_1 J_1 + \delta_1 h_2 J_2)^2 + v^2 (\delta_1 h_1 J_1 + \delta_2 h_2 J_2) < 0. \quad (3.66)$$

Это соотношение может выполняться даже при положительной мощности источника $J(x)$ при подходящей величине произведения $h_2 J_2$. Возможность реализации необходимого соотношения параметров легко установить простой проверкой. Если $D = \text{const}$, $K = \text{const}$,

$$J = \left[J_1 \sin\left(\frac{\pi}{2} \xi\right) + J_2 \sin\left(\frac{3\pi}{2} \xi\right) \right] \delta(v - v_0),$$

$$\text{где } \xi = (x - x_c) / (x_m - x_c), \quad J_1 > J_2 > \frac{10}{81} (9J_1 - J_2)^2 \frac{K}{v^2} + \frac{1}{9} J_1.$$

Отметим, что общая задача об устойчивости стационарного состояния с помощью разложения по угловым модам проанализирована в работе [35].

Остановимся теперь на свойствах нелинейной системы (3.65). Собственные значения δ_q быстро возрастают с номером угловой моды q . Поэтому для траекторий системы (3.65), не заходящих в область очень малых E , можно пренебречь производными по времени в уравнениях для F_q ($q \geq 2$). Тогда, например,

$$F_2 \approx J_2 T_0 (\delta_2 T_0 E + 1)^{-1}. \quad (3.67)$$

Если $J_q = 0$ при $q > 2$, то, подставляя (3.67) в два оставшихся уравнения (3.65), находим

$$\frac{dF_1}{dt} = -\delta_1 E F_1 - \frac{F_1}{T_0} + J_1, \quad (3.68)$$

$$\frac{dE}{dt} = h_1 E F_1 - v_{\text{эф}} E.$$

Здесь введен эффективный декремент затухания

$$v_{\text{эф}} = v + v_* \frac{E_*}{E + E_*}, \quad (3.69)$$

где $v_* = -h_2 J_2 T_0$, $E_* = (\delta_2 T_0)^{-1}$.

Автоколебания с импульсным характером электромагнитного излучения в системах, описываемых уравнениями (3.68) и (3.69) с $v_* > 0$, тщательно исследовались в связи с анализом работы лазеров с быстро насыщающимся поглотителем (см., например, [46]).

Отметим, что амплитуды угловых гармоник функции распределения F_1 и F_2 согласно (3.67) и (3.68) меняются несинхронно. Поэтому в обсуждаемом режиме в пределах периода автоколебаний происходит модуляция угловой зависимости функции распределения энергичных электронов.

Таким образом, квазилинейные уравнения, описывающие динамику ЦН свистов в АМ при разложении мощности источника частиц по собственным функциям оператораpitch-угловой диффузии могут соответствовать уравнениям лазера с быстрым насыщающимся поглотителем. Наличие такого эффективного поглотителя уменьшает потери в системе при группировании излучения в сгустки. Поэтому импульсный характер электромагнитного излучения в ряде случаев оказывается энергетически выгодным (такой вывод подтверждается в работе [120] анализом фазовой плоскости, отвечающей системе (3.68)). Это, вообще говоря, относится как к автоколебательным режимам, описываемым системой (3.68), так и к пассивной синхронизации мод, при которой по резонатору бежит короткий электромагнитный импульс. Последняя возможность подробно проанализирована в работе [40].

3.4. УСТАНОВЛЕНИЕ АВТОКОЛЕБАНИЙ И ЖЕСТКИЙ РЕЖИМ САМОВОЗБУЖДЕНИЯ

Для выяснения следствий неустойчивости стационарного режима работы АМ в работах [37,38] система уравнений (3.41) была проанализирована численно. Перейдем к изложению полученных при этом результатов.

Для численного анализа системы (3.41) использовалась однослойная по времени разностная схема. Сходимость схемы проверялась дроблением отрезка по переменной ξ и уменьшением шага по времени. С целью дополнительной проверки была решена модельная задача с источником $j = \frac{\pi}{2} I \sin\left(\frac{\pi}{2} \xi\right)$.

В этом случае система (3.41) при подходящих начальных условиях сводится к уравнениям в полных производных

$$\begin{aligned} \frac{dn}{d\tau} &= - \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \varepsilon n + I, \\ \frac{d\varepsilon}{d\tau} &= \frac{\pi}{2} \varepsilon n - \varepsilon, \end{aligned} \quad (3.70)$$

где $f = \frac{\pi}{2} n \sin\left(\frac{\pi}{2} \xi\right)$. Сравнение с численным счетом в рамках уравнений в частных производных показало, что релаксационные колебания находятся верно, и ошибка в определении

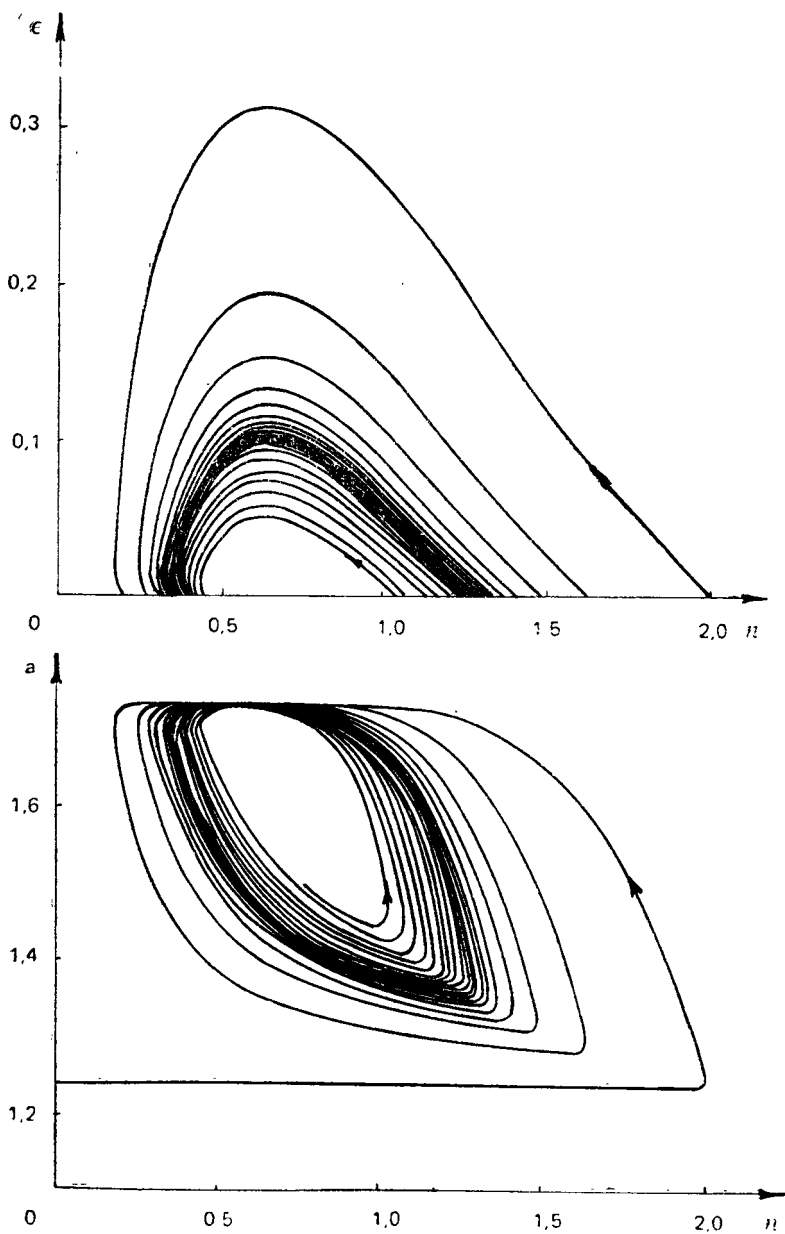


Рис. 3.3. Установление автоколебаний параметров АМ

угловой зависимости функции распределения, характеризуемая величиной

$$\Delta = f^{-2}(\xi=1) \int_0^1 \left[f(\xi) - f(\xi=1) \sin\left(-\frac{\pi}{2}\xi\right) \right]^2 d\xi, \quad (3.71)$$

со временем не нарастает.

Затем была взята мощность источника с немонотонной угловой зависимостью (3.52). Для быстроты анализа результатов счета выводились следующие характеристики процесса:

$$n = \int_0^1 f d\xi,$$

$$a = 2 \int_0^1 \xi^2 f d\xi / \int_0^1 (1 - \xi^2) f d\xi, \quad \epsilon.$$

Величина n характеризует запас частиц в ловушке, a — анизотропию функции распределения, ϵ — плотность энергии волн. Из теоретического анализа линеаризованной системы следовало, что при достаточно большом I колебания в системе (3.41) затухают. Осциллограммы, полученные в численных расчетах, подтвердили это [37]. Расчеты показали, что «фазовая плоскость» $\epsilon = \epsilon(n)$ в данном случае не имеет самопересечений и качественно не отличается от случая источника в виде синуса (см. рис. 3.1, а).

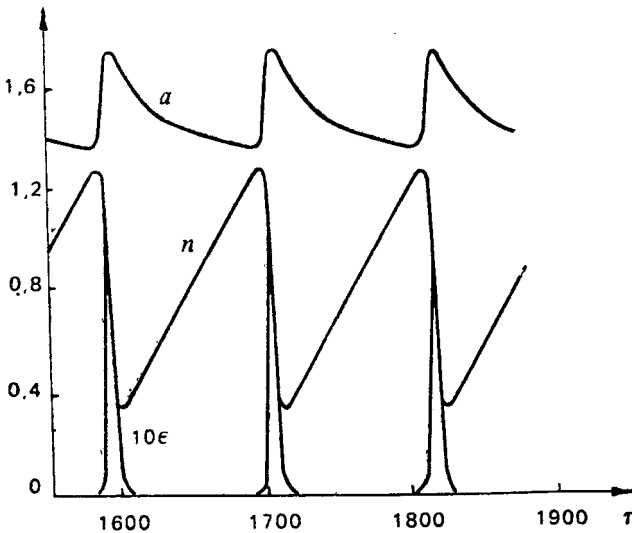
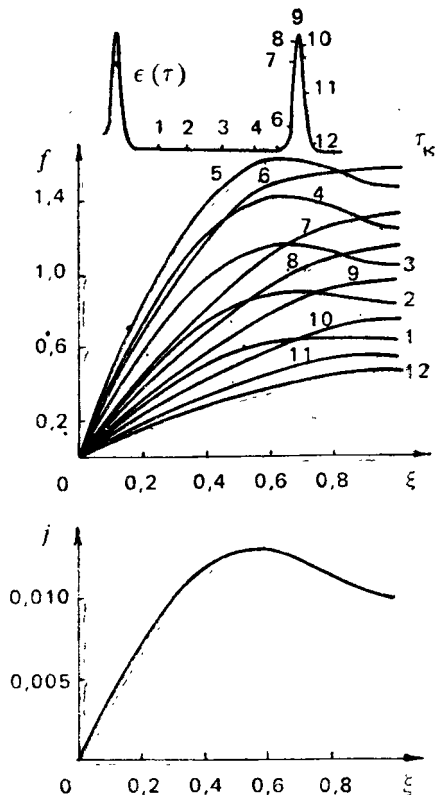


Рис. 3.4. Временной ход параметров АМ в установившемся периодическом режиме

Рис. 3.5. Закономерности изменения функции распределения в пределах периода импульсной последовательности для показанной на нижнем графике мощности источника частиц



Для выбранной угловой зависимости мощности источника частиц (3.52) картина фазовой плоскости изменяется качественно при достаточно малом I . Например, при $I=0,01$ в соответствии с предварительными теоретическими расчетами (3.57) стационарное состояние оказалось неустойчиво ($\omega=I^{1/2}=0,1$, $\gamma=17I/5=0,034$) и действительно происходит установление периодических автоколебаний. Для этого случая фазовые плоскости $\epsilon=\epsilon(n)$ и $a=a(n)$ показаны на рис. 3.3. Временные зависимости в установившихся автоколебаниях приведены на рис. 3.4.

Для выяснения физической причины раскочки автоколебаний была исследована эволюция угловой зависимости функции распределения в пределах периода автоколебаний. Вид функции распределения $f(\tau, \xi)$ изображен на рис. 3.5 для моментов времени τ_k , отмеченных на зависимости $\epsilon=\epsilon(\tau)$ цифрами.

Таким образом, физическая причина неустойчивости стационарного режима работы АМ связана с модуляцией угловой зависимости функции распределения. Дело в том, что при монотонной угловой зависимости мощности источника (3.52) (его угловая зависимость показана в нижней части рис. 3.6) похожую форму на стадии накопления частиц принимает функция распределения. При достижении порога неустойчивости ($f(\xi=1)=1$) в данном случае увеличение интенсивности волн довольно долго приводит не к уменьшению, а к дальнейшему увеличению инкремента. Поэтому волны достигают больших интенсивностей, например, по сравнению со случаем источника

частиц с той же мощностью и синусоидальной угловой зависимостью, следуя системе (3.70). Соответственно магнитная ловушка эффективней освобождается от частиц к концу импульса электромагнитного излучения. В результате система может вернуться в область малых плотностей энергий ϵ с числом частиц, меньшим первоначального. Этот процесс приводит к раскачке колебаний.

Для изучения особенностей автоколебаний, связанных с неустойчивостью при постоянной мощности источника $i=I=\text{const}$, за основу было взято соотношение (3.59). При сравнительно больших I колебания оказались действительно затухающими. В первой зоне неустойчивости для $I=5,89 \cdot 10^{-3}$ устанавливались периодические автоколебания с характерной перестройкой угловой зависимости функции распределения. Кроме того, аналогичные расчеты были проведены для двух следующих зон устойчивости и неустойчивости. Результаты расчетов подтвердили аналитические выводы и показали, например, что при $I=8,3 \cdot 10^{-5}$ действительно реализуется неустойчивость с меньшим инкрементом и устанавливается периодический режим.

3.4.1. Жесткий режим самовозбуждения

В области неустойчивости режима стационарной генерации численное интегрирование уравнений (3.41) показало [38], что в системе устанавливаются периодические автоколебания. Более того, оказалось, что, когда характеристики автоколебаний искались как результат приближения к периодическому режиму из удаленной области переменных, устойчивые автоколебания устанавливались даже в части зоны устойчивости малых возмущений. На рис. 3.6 показана полная зависимость характеристик автоколебаний от мощности частиц I . Здесь ϵ_{max} — амплитуда импульса электромагнитного излучения, $\Delta\tau$ — длительность импульса на уровне $1/2$, T — период повторения импульсов. Зависимость величины $\epsilon_{\text{max}} - \epsilon_0$ от I имеет гистерезисный характер, причем устойчивые режимы отвечают линиям с темными кружками. Оказалось, что свойства электромагнитного импульса слабо зависят от мощности источника частиц, а определяются его угловой зависимостью. Период повторения импульсов обратно пропорционален мощности источника.

При плавном увеличении мощности источника срыв автоколебаний происходит, когда $I_1=0,0155$. При обратном уменьшении мощности источника частиц автоколебания возникают после пересечения границы устойчивости малых возмущений I_2 жестко — сразу с конечной амплитудой. Амплитуда устанавливающихся при этом автоколебаний даже несколько больше, чем при их срыве.

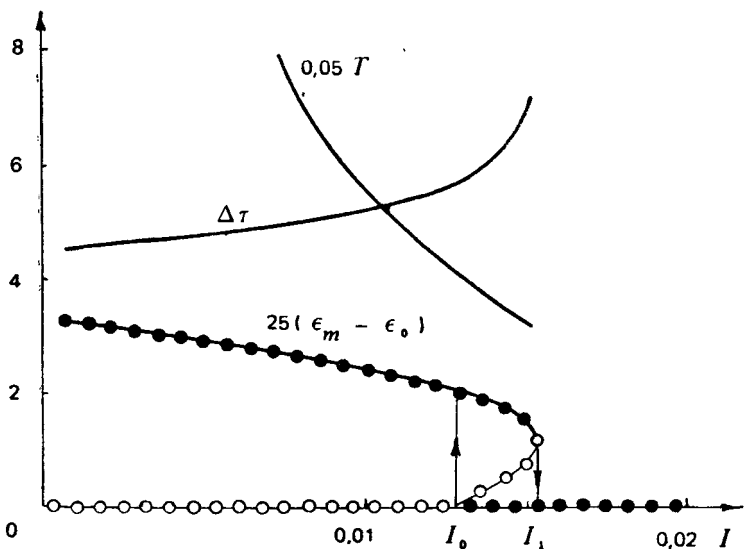


Рис. 3.6. Гистерезисная зависимость характеристик автоколебаний от мощности источника частиц. Части линий с темными кружками соответствуют величине $25(\varepsilon_m - \varepsilon_0)$ в устойчивых установившихся режимах, а со светлыми — в неустойчивых. Показаны линии значений $\Delta\tau$ и $0,05 T$

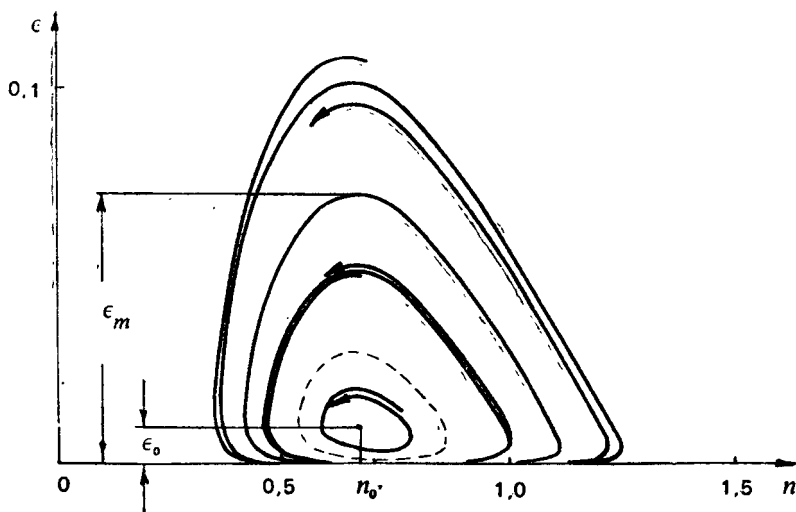


Рис. 3.7. Жесткое установление автоколебаний в условиях, когда стационарное состояние n_0 , ε_0 устойчиво. Сплошной линией изображен устойчивый предельный цикл (с амплитудой ε_m), а пунктирной — неустойчивый

Для уточнения характера бифуркации процесс установления автоколебаний в переходной области был подробно исследован численно. На рис. 3.7 показана фазовая плоскость, отвечающая системе (3.41) с источником (3.52), когда $I_0 < I < I_1$. На приведенной фазовой плоскости имеется один устойчивый и один неустойчивый предельный цикл. При $I < I_0$ на фазовой плоскости есть только устойчивый предельный цикл, внутри которого находится состояние равновесия типа неустойчивого фокуса. В свою очередь, для $I > I_1$ на фазовой плоскости есть только устойчивое состояние равновесия.

Таким образом, вблизи порога неустойчивости стационарной циклотронной генерации характеристики периодических автоколебаний зависят от мощности источника гистерезисно: автоколебания устанавливаются жестко и исчезают за порогом устойчивости стационарной генерации.

3.5. ХАРАКТЕРИСТИКИ ПЕРИОДИЧЕСКИХ АВТОКОЛЕБАНИЙ

Таким образом, в АМ при подходящих условиях раскачиваются периодические, а возможно, и более сложные автоколебания. Основываясь на результатах численных расчетов, допустим, что автоколебательный режим представляет собой периодическую последовательность коротких электромагнитных импульсов. В таком случае довольно просто указать некоторые его характеристики.

Для этого, следуя работе [36], проинтегрируем уравнение (3.2а) по x от x_c до x_m и используем уравнение (3.2б). В результате получаем

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left\{ E + \int_0^{\infty} \left[\int_{x_c}^{x_m} \left(K D^{-1} \int_x^{x_m} F dx' \right) dx \right] dv \right\} = \\ = \int_0^{\infty} \left[\int_{x_c}^{x_m} \left(K D^{-1} \int_x^{x_m} J dx' \right) dx \right] dv - \nu E. \end{aligned} \quad (3.72)$$

Предположим, что периодический режим с периодом T установился. Интегрируя уравнение (3.72) по этому временному промежутку, приходим к следующему соотношению:

$$\int_0^T E dt = E_0 T, \quad (3.73)$$

где E_0 — плотность энергии волны в стационарном состоянии (3.27б). Деля уравнение (3.2б) на E и интегрируя по такому же временному промежутку T , находим

$$\int_0^T \left[\int_0^\infty \left(\int_{x_c}^{x_m} K \frac{\partial F}{\partial x} dx \right) dv \right] dt = \nu T. \quad (3.74)$$

При глубокой модуляции потоков захваченных частиц и подходящем начале отсчета времени функция распределения в соответствии с уравнением (3.2а) растет линейно со временем в течение почти всего периода автоколебаний (между электромагнитными импульсами)

$$F = J \cdot t. \quad (3.75)$$

В свою очередь, энергичные электроны высыпаются из магнитной ловушки во время коротких электромагнитных импульсов.

Соотношение (3.73) позволяет найти произведение пикового значения плотности энергии свистовых волн E_{\max} и длительности импульса Δt . Но для нахождения каждой из этих величин необходимы более подробные расчеты, структура которых пояснена в работе [37]. Для получения грубой оценки можно подставить в уравнение (3.73) следующую форму электромагнитного импульса:

$$E = E_{\max} E(t) \exp(-\nu t), \quad (3.76)$$

где единичная функция $E(t)$ отвечает переднему фронту импульса, крутизна которого связана с увеличением инкремента из-за насыщения поглощения, обусловленного изменением угловой зависимости функции распределения. Экспоненциальный хвост электромагнитного импульса определяется затуханием плотности энергии волн в условиях, когда основная масса энергичных частиц высыпалась из магнитной ловушки. В результате, используя уравнения (3.72) и (3.73), нетрудно найти основные характеристики импульсной последовательности

$$\begin{aligned} E_{\max} &\simeq 2\nu^2 \Omega_J^{-2} E_0, \\ \Delta t &\simeq \nu^{-1}, \\ T &\simeq 2\nu \Omega_J^{-2}. \end{aligned} \quad (3.77)$$

Более совершенные расчеты, использующие методы теории разрывных колебаний, показывают, что для справедливости приближения (3.75) и полученных на его основе оценок (3.77) должны выполняться следующие два условия [37]:

$$T > T_i, \quad T \gg \nu^{-1}. \quad (3.78)$$

Таким образом, численные расчеты, а также формулы (3.77) показывают, что в пиковом режиме работы АМ форма электромагнитных импульсов определяется угловой зависимостью мощности источника частиц, а не его мощностью. В свою очередь, период импульсной последовательности обратно пропорционален мощности источника частиц.

3.6. ПЕРЕСТРОЙКА СПЕКТРА ВБЛИЗИ СОСТОЯНИЯ РАВНОВЕСИЯ

Периодические режимы работы альфвеновского лазера могут сопровождаться динамикой частотного спектра излучения. Такую возможность особенно легко понять в случае, когда угловая зависимость мощности источника частиц не совпадает с собственной функцией оператора диффузии, и колебания параметров плазменного лазера сопровождаются изменением анизотропии функции распределения. При малых вариациях спектрального состава излучения динамику спектра волн можно исследовать методом возмущений. Для этого достаточно подставить функцию распределения, отвечающую колебательному режиму, в исходное уравнение (1.616).

Здесь мы не будем использовать такой метод описания, а прежде всего рассмотрим свойства малых отклонений параметров АМ от стационарного состояния в случае неустойчивости в конечной полосе частот. Допустим, что спектр волн все время лежит в области частот, малых по сравнению с гирочастотой. Тогда при слабой питч-угловой диффузии за основу можно взять уравнения (1.61). Линеаризуя их вблизи стационарного состояния $F_0(\kappa)$, $E_{\kappa 0}$, при малом разбросе по модулю скорости ($v \sim v_0$) в переменных $\kappa = u^{1/2}$ и v , получаем

$$\begin{aligned} \frac{\partial F \sim}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial \kappa} \left\{ \left[\int D(\kappa, \kappa) E_{\kappa \sim} d\kappa \right] \frac{\partial F_0}{\partial \kappa} \right\} + \\ &+ \frac{\partial}{\partial \kappa} \left\{ \left[\int D(\kappa, \kappa) E_{\kappa 0} d\kappa \right] \frac{\partial F \sim}{\partial \kappa} \right\}, \quad (3.79) \\ -\frac{\partial E_{\kappa \sim}}{\partial t} &= E_{\kappa 0} \int K(\kappa, \kappa) \frac{\partial F \sim}{\partial \kappa} d\kappa. \end{aligned}$$

В двух предельных случаях (1.69) и (1.70) функции D и K могут быть представлены в виде произведений

$$D = D_1(\kappa) D_2(\kappa), \quad K = K_1(\kappa) K_2(\kappa). \quad (3.80)$$

При этом, не учитывая переменность пределов интегрирования (связанные с ней особенности изучены в следующем разделе), используя систему (3.79), получаем

$$\begin{aligned} \frac{\partial F \sim}{\partial t} &= -J \left(\int D_1 E_{\kappa \sim} d\kappa \right) \left(\int D_1 E_{\kappa 0} d\kappa \right)^{-1} + \\ &+ \left(\int D_1 E_{\kappa 0} d\kappa \right) \frac{\partial}{\partial \kappa} \left(D_2 \frac{\partial F \sim}{\partial \kappa} \right), \quad (3.81a) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial E_{\kappa \sim}}{\partial t} = K_1 E_{\kappa 0} \left(\int K_2 \frac{\partial F \sim}{\partial \kappa} d\kappa \right), \quad (3.81б)$$

где $J(\kappa)$ — мощность источника энергичных частиц — см. (1.61).

Уравнения (3.81) имеют много общего с теми, которые анализировались в разд. 3.1 и 3.2. Учитывая полученные там результаты, можно сразу указать два наиболее интересных случая. Первый соответствует тому, что J совпадает с одной из собственных функций самосопряженного оператора

$$\frac{d}{d\kappa} \left(D_2 \frac{dZ_p}{d\kappa} \right) = -p^2 Z_p, \quad (3.82)$$

$$Z_p = 0 \text{ при } \kappa = \kappa_c, \quad \frac{dZ_p}{d\kappa} = 0 \text{ при } \kappa = \kappa_m.$$

Если $J = J_p Z_p$, то уравнения (3.81) имеют решение в виде $F \sim = F_p Z_p$. В свою очередь, для процесса $\exp(\lambda t)$ величина λ определяется характеристическим уравнением

$$\lambda^2 + \lambda p^2 \left(\int D_1 E_{\kappa_0} d\kappa \right) + J_p \left(\frac{\int D_1 K_1 E_{\kappa_0} d\kappa}{\int D_1 E_{\kappa_0} d\kappa} \right) \left(\int K_2 \frac{\partial Z_p}{\partial \kappa} d\kappa \right) = 0. \quad (3.83)$$

Этот результат обобщает формулу (3.17) и соответствует слаботухающим релаксационным колебаниям.

Предположим, что в уравнении (3.81a) $J(\kappa)$ является плавной функцией в классе решений задачи (3.82). Для такой ситуации в разд. 3.2 и работе [36] показано, что в уравнении (3.81a) диффузионное слагаемое является малым. Поэтому если $J(\kappa)$ удовлетворяет тем же граничным условиям (3.26), что и функция распределения, то

$$\frac{\partial F \sim}{\partial t} \simeq -J \left(\int D_1 E_{\kappa \sim} d\kappa \right) \left(\int D_1 E_{\kappa_0} d\kappa \right)^{-1}. \quad (3.84)$$

Используя это приближенное выражение для оценки малого диффузионного слагаемого в уравнении (3.81a) вместо системы (3.81), получаем

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 F \sim}{\partial t^2} = & -J \left(\int D_1 \frac{\partial E_{\kappa \sim}}{\partial t} d\kappa \right) \left(\int D_1 E_{\kappa_0} d\kappa \right)^{-1} - \\ & - \left(\int D_1 E_{\kappa \sim} d\kappa \right) \frac{\partial}{\partial \kappa} \left(D_2 \frac{\partial J}{\partial \kappa} \right), \\ \frac{\partial E_{\kappa \sim}}{\partial t} = & K_1 E_{\kappa_0} \left(\int K_2 \frac{\partial F \sim}{\partial \kappa} d\kappa \right). \end{aligned} \quad (3.85)$$

Отсюда для процесса $\exp(\lambda t)$ находим характеристическое уравнение

$$\lambda^2 + \Omega_J^2 + 2\Omega_J^2 \frac{\gamma_J}{\lambda} = 0, \quad (3.86)$$

в котором введены обозначения

$$\Omega_J = \left\{ \left[\frac{\int D_1(\kappa) K_1(\kappa) E_{\kappa 0} d\kappa}{\int D_1(\kappa) E_{\kappa 0} d\kappa} \right] \int K_2(\kappa) \frac{\partial J(\kappa)}{\partial \kappa} d\kappa \right\}^{1/2}, \quad (3.87a)$$

$$\gamma_J = \frac{1}{2\Omega_J^2} \left\{ \left[\int D_1(\kappa) K_1(\kappa) E_{\kappa 0} d\kappa \right] \int K_2(\kappa) \frac{\partial^2}{\partial \kappa^2} \times \right. \\ \left. \times \left[D_2(\kappa) \frac{\partial J(\kappa)}{\partial \kappa} \right] d\kappa \right\}. \quad (3.87b)$$

Согласно исходному предположению о достаточно плавной угловой зависимости мощности источника частиц $|\gamma_J/\lambda| \ll 1$, и приближенное решение уравнения (3.10) имеет следующий вид:

$$\lambda = \pm i \Omega_J + \gamma_J. \quad (3.88)$$

Частота колебаний (3.87a) относительно состояния равновесия (считаем, что $\Omega_J^2 > 0$) и инкремент нарастания этих колебаний (3.87b) обобщают формулы (3.36). Основное отличие колебательных режимов ЦН в данном случае в том, что здесь есть периодический ход средней частоты электромагнитного излучения

$$\langle \omega \rangle = \frac{\int (E_{\kappa 0} + E_{\kappa \sim}) \omega d\kappa}{\int (E_{\kappa 0} + E_{\kappa \sim}) d\kappa}, \quad (3.89)$$

связанный с тем, что частотные зависимости $E_{\kappa 0}$ и $E_{\kappa \sim}$ не совпадают.

3.7. РЕЖИМ ПИЧКОВОЙ ГЕНЕРАЦИИ С ДРЕЙФОМ ЧАСТОТЫ

Как мы уже знаем, в ряде случаев АМ может перейти в режим генерации последовательности пиков электромагнитного излучения. Изучим в связи с этим особенности больших отклонений от стационарного состояния, сопровождающихся при определенных условиях значительным частотным дрейфом.

Некоторые полезные результаты можно получить, не проводя сложных расчетов. Допустим, что реализуется развитый периодический режим. Тогда при подходящем начале отсчета времени функция распределения в промежутке между электромагнитными импульсами растет пропорционально времени и в соответствии с уравнением (1.58a) повторяет угловую зависимость мощности источника частиц

$$F = J \cdot t. \quad (3.90)$$

Спектральная плотность электромагнитных волн удовлетворяет

усредненному уравнению переноса (1.586), которое можно записать в следующем виде:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{T_{\text{гр}}}{2} \ln E_{\omega} \right) \Gamma + \ln R. \quad (3.91)$$

Проинтегрируем уравнение (3.91) по периоду импульсной последовательности $T(\omega)$, допуская даже, что этот период может быть разным на разных частотах. Таким образом получаем, что

$$\int_0^T \Gamma(\omega; F) dt = T |\ln R|. \quad (3.92)$$

Если импульсная последовательность имеет большую скважность — импульс сравнительно короткий, а паузы между ними длинные, — то мы мало ошибемся, если в выражение для усиления Γ , стоящее в формуле (3.92), под интегралом подставим функцию распределения в виде (3.90). Проводя интегрирование по времени, находим величину периода импульсной последовательности [36]

$$T(\omega) = 2 \frac{|\ln R|}{\Gamma(J)}. \quad (3.93)$$

Формула (3.93) дает правильный порядок величины периода следования пачек, однако динамику спектра и интенсивность волн можно получить лишь на основе достаточно строгого решения задачи.

Один из таких примеров исследован ниже. Рассмотрим, следуя работам [28,31, 121—123], более подробно динамику спектра электромагнитного излучения в АМ, взяв за основу случай, когда не все частицы, поставляемые источником, взаимодействуют со свистовыми волнами. Такая ситуация оказывается возможной из-за интегрального характера взаимодействия волн и частиц в неоднородной магнитной ловушке, где ЦН не зависит от тонких деталей функции распределения (см. разд. 1.2). Например, если источник поставляет частицы в определенном интервале измененияpitch-углов ($0 \leq \mu \leq \mu_{\text{max}} < 1$) с некоторой средней анизотропией, то в силу условия циклотронного резонанса взаимодействовать с волнами будут только частицы с достаточно малыми $\mu < \mu_m$, а в области больших pitch-углов будет происходить накопление частиц. Поэтому формируется функция распределения со ступенькой при $\mu = \mu_m$ (рис. 3.8). Со временем ступенька будет двигаться в сторону больших pitch-углов, а спектр волн станет смещаться в сторону более высоких частот из-за роста средней анизотропии функции распределения. Когда ступенька дойдет до границы $\mu = \mu_{\text{max}}$, система окажется ниже порога ЦН. Затем некоторое время происходит накопление частиц в АМ, и после достижения порога возбуждения волн процесс повторяется.

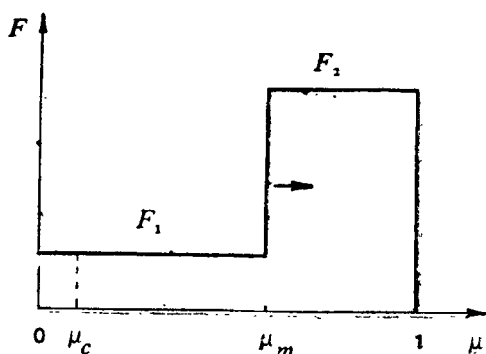


Рис. 3.8. Функция распределения электронов с пичк-угловой зависимостью в виде ступеньки с движущимся фронтом

Количественно указанную последовательность физических процессов удается проследить на примере проточного АМ, основу которого составляет

магнитная силовая трубка, содержащая волокно с повышенной концентрацией фоновой плазмы, а источником служит дрейф энергичных электронов поперек неоднородного магнитного поля [121—123]. Допустим, что в проточном АМ реализуется режим умеренной пичк-угловой диффузии с заполненным конусом потерь. Такая постановка задачи, с одной стороны, позволяет проследить особенности нестационарных процессов при умеренной пичк-угловой диффузии, а с другой — имеет важные геофизические приложения (см. разд. 5.3.2).

В проточный АМ энергичные электроны с анизотропным распределением по скоростям поступают через боковую поверхность волокна, включаются во взаимодействие с волнами и выходят через противоположную стенку уже в отработанном виде (с изотропным распределением по скоростям; рис. 3.9). В таком случае можно показать [121, 122], что роль эффективного источника частиц играет выражение

$$J_{эф} = \frac{v_d}{d} (F_0 - F_1), \quad (3.94)$$

в котором v_d — характерная скорость дрейфа, d — поперечный размер центрального сечения волокна, F_0 — функция распределения энергичных электронов на входе, а F_1 — на выходе. При указанных в работе [122] условиях в проточном АМ реализуется режим с подключением новых резонансных частиц и образованием скачка на функции распределения, движущегося в сторону больших μ . Период повторения пичков электромагнитного излучения определяется формулой (3.93), в которую нужно подставить максимальное усиление Γ_{max} , найденное по невозмущенной функции распределения $F_0(\mu, v)$.

После образования функции распределения со скачком (см. рис. 3.8) для источника частиц с малым энергетическим разбросом ($v \sim v_0$)*

* Выражение (3.95) записано для волокна прямоугольного сечения с размером d вдоль направления магнитного дрейфа.

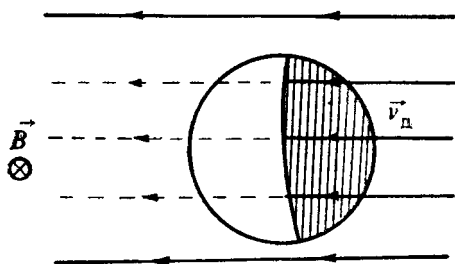


Рис. 3.9. Схема центрального сечения проточного АМ. Сплошными линиями со стрелками показан магнитный дрейф электронов с анизотропной функцией распределения, пунктирными — с изотропной

$$F = \frac{v_d l}{d} [F_1 E(\mu_m - \mu) + F_0(\mu) E(\mu - \mu_m)], \quad (3.95)$$

где $0 < \mu < \mu_{\max}$, $E(\xi)$ — единичная функция, первое слагаемое соответствует области пичч-угловой диффузии, приводящей к изотропному распределению по скоростям, а второе слагаемое отвечает нерезонансным частицам. Подставляя выражение (3.95) в формулу (1.58), нетрудно найти обусловленную скачком добавку $\Delta \Gamma$ к усилению волн

$$\Delta \Gamma = g(\omega) \left[1 - \frac{F_1}{F_0(\mu)} \right] \Gamma_0, \quad (3.96)$$

где Γ_0 — усиление, отвечающее исходной функции распределения F_0 ; функция $g(\omega)$ имеет острый максимум на частоте ω_m , связанной с положением скачка μ_m через условие циклотронного резонанса ($\omega \ll \omega_{BL}$)

$$\mu_m = 1 - \frac{\omega_{BL1}}{\omega_m \beta_*}; \quad \beta_* = \left(\frac{\omega_{pL} v_0}{\omega_{BL} c} \right)^2 \gg 1. \quad (3.97)$$

Амплитуда соответствующего максимума $g_m = g(\omega_m)$ и его характерная ширина $\Delta \omega$ по порядку величины определяются соотношениями [31, 121]

$$g_m \approx (\kappa_m a)^{1/3}, \quad \frac{\Delta \omega}{\omega} \approx (\kappa_m a)^{-2/3} \ll 1, \quad (3.98)$$

где $\kappa_m = \kappa(\omega_m)$. Поскольку $g_m \gg 1$, то довольно быстро основную роль в возбуждении циклотронных волн начинает играть окрестность границы между резонансными и нерезонансными электронами. Дальнейшее развитие ЦН протекает в виде вспышки и сопровождается быстрым движением скачка на функции распределения в сторону больших μ и эволюцией спектра волн. На этой фазе процесса источник и сток частиц практически не сказываются, и их можно не учитывать. Кроме того, на переднем фронте электромагнитного импульса можно пренебречь потерями волн на торцах. Поэтому система уравнений, описывающая фазу вспышки, имеет следующий вид ($\omega \ll \omega_{BL}$):

$$\frac{\partial F}{\partial t} = \frac{1}{T_b} \frac{\partial}{\partial \mu} \left(\mu \Lambda \frac{\partial F}{\partial \mu} \right), \quad (3.99a)$$

$$\frac{\partial E_\omega}{\partial t} = 2\gamma E_\omega. \quad (3.99b)$$

где согласно выводам работы [122]

$$\Lambda = \frac{(2\pi \omega_{BL} a)^2}{m n_p v_0^3} \int_{\omega_c}^{\omega_0(1-\mu)^{-1}} \frac{1}{\omega z_{рез}} E_\omega d\omega, \quad (3.100a)$$

$$\gamma = \frac{\pi a^2 \omega_{BL}}{2 l n_p} \int_0^{1-\omega_0/\omega} \frac{\mu}{z_{рез}} \frac{\partial F}{\partial \mu} d\mu. \quad (3.100b)$$

Здесь $z_{рез}$ — точка циклотронного резонанса ($z_{рез}$ — корень уравнения $\omega_B = \kappa v_0 \sqrt{1 - \mu B/B_L}$), $\omega_0 = \omega_{BL}/\beta_*$ — частота, на которой включается ЦН.

Квазилинейная система уравнений (3.99) имеет два интеграла. Первый интеграл, соответствующий сохранению числа частиц в процессе квазилинейной релаксации, легко получить, интегрируя уравнение (3.99a) по μ от 0 до значения $\mu_m(t)$, отвечающего границе диффузии ($\Lambda(\mu_m \mp 0) = 0$). В результате получаем

$$-\frac{d}{dt} \left(\int_0^{\mu_m} T_b F d\mu \right) = T_b(\mu_m) F_0(\mu_m) \frac{d\mu_m}{dt}, \quad (3.101)$$

где F_0 — исходная функция распределения. Комбинируя формулы (3.99) и (3.100) для граничных условий, приближенно соответствующих умереннойpitch-угловой диффузии (2.22)

$$\frac{\partial F}{\partial \mu} = 0 \text{ при } \mu = 0, \mu_m, \text{ нетрудно получить и второй квазилиней-}$$

ный интеграл

$$E_\omega(t) = \frac{m v_0^2 \omega_0}{2 l \omega_{BL}} \int_0^{1-\omega_0/\omega} (F - F_0) \frac{d\mu}{\mu^{1/2}}, \quad (3.102)$$

где использовано соотношение $T_b = 2\pi a/v_0 \mu^{1/2}$, l — длина силовой линии. Из условия циклотронного резонанса в приближении параболической магнитной ловушки, если $z_{рез} < a$, нетрудно найти $z_{рез}(\mu, \omega)$

$$z_{рез} = a \left[\frac{\omega(1-\mu) - \omega_0}{2\omega_0 + \omega} \right]^{1/2}. \quad (3.103)$$

На скачке $\mu = \mu_m$ и $z_{\text{рез}}(\mu_m, \omega) = a \left(\frac{|\omega/\omega_m - 1|}{2 + \omega/\omega_0} \right)^{1/2}$, а частота ω_m связана с μ_m соотношением (3.97). Полагая далее $F_0 = 2 n_0 (v_d T \mu / d \mu_{\text{max}}^2)$ и учитывая выражение для T_b , с помощью (3.101) получаем формулу для входящей в (3.95) величины F_1 :

$$F_1 = \frac{2 n_0 v_d T \mu_m}{3 d \mu_{\text{max}}}, \quad (3.104)$$

где μ_{max} — максимальное μ у поставляемых источником частиц, T — период (3.93). Подставляя (3.95) и (3.104) в (3.102), находим

$$E_\omega = E_0 \omega^{-1} [\mu_m - \mu(\omega)] \mu^{1/2}(\omega) \mu^{-2}_{\text{max}}, \quad (3.105)$$

где

$$E_0 = \frac{2 n_0 m v_0^2 a v_d T}{3 l \beta_* d}; \quad \mu(\omega) = 1 - \frac{\omega_0}{\omega}. \quad (3.106)$$

Теперь нетрудно найти зависимость $\mu_m(t)$, если использовать уравнение (3.996) с учетом (3.103) и (3.105). Отсылая за подробностями к работам [121, 122], запишем окончательный результат:

$$\mu = (\mu_{m0}^{-3/2} - \mu_{\text{max}}^{-3/2} \gamma_0 t)^{-2/3}. \quad (3.107)$$

Здесь

$$\gamma_0 = \frac{\pi a n_0 v_d T}{l n_{pL} d \mu_{\text{max}}^{1/2}} \omega_{BL}$$

В качестве начального значения μ_{m0} в формуле (3.107) естественно взять величину $\mu_{m0} = (1 - \omega_{BL}/\beta_* \omega_{m0})$, где ω_{m0} соответствует максимуму $\Gamma_{\text{max}0}$, найденному по исходной функции распределения F_0 .

Согласно выражениям (3.105) — (3.107) вспышка электромагнитного излучения сопровождается ростом максимальной спектральной плотности энергии волн E_ω и характерной частоты излучения. Частота спектрального максимума со временем растет по закону

$$\omega \approx 0,3 \omega_m = 0,3 \omega_0 (1 - \mu_m)^{-1}, \quad (3.108)$$

а сам максимум

$$E_{\omega \text{ max}} = E_{\text{max}0} \left(\frac{\mu_m}{\mu_{m0}} \right)^{3/2}, \quad (3.109)$$

где $E_{\text{max}0} = 0,4 \frac{\mu_{m0}^{3/2} E_0}{\mu_{\text{max}}^2 \omega_{m0}}$; E_0 определяется выражением (3.106).

Особенности динамики проточного АМ отражены на

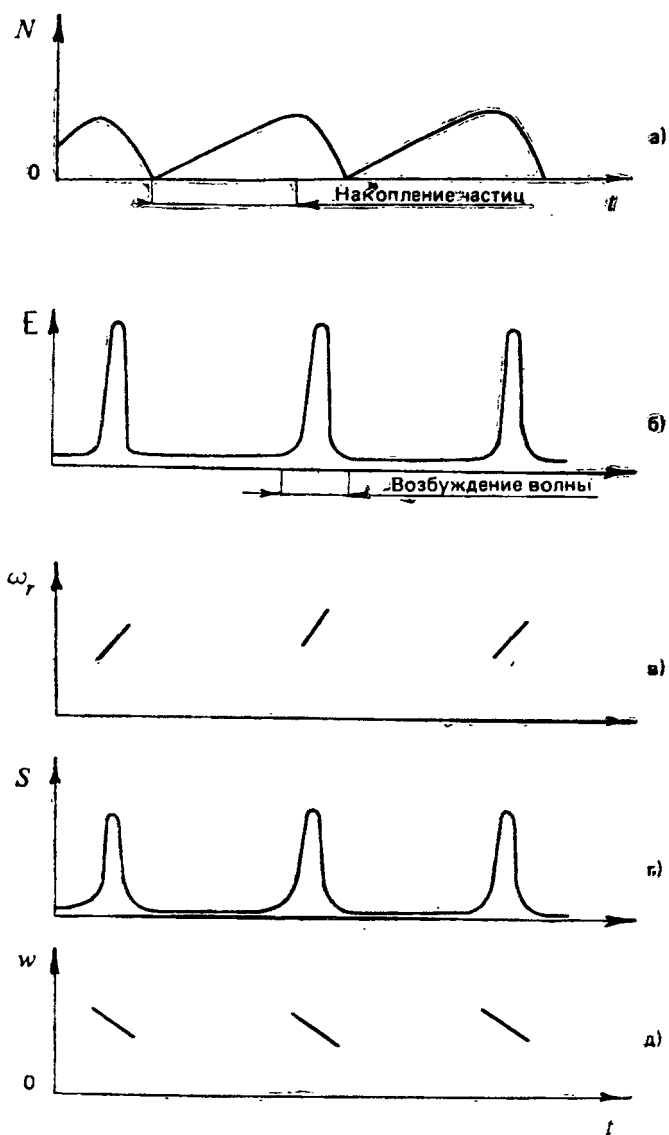


Рис. 3.10. Динамика проточного АМ: а — число энергичных электронов в силовой трубке; б — плотность энергии электромагнитных шумов; в — средняя частота в спектре волн; г — поток высыпающихся частиц; д — средняя энергия этих частиц

рис. 3.10. Интересно, что в данном случае дрейф частоты излучения, показанный на рис. 3.10, б, сопровождается уменьшением энергии высыпающихся на торцы частиц (см. рис. 3.10, г).

3.8. АЛЬФВЕНОВСКИЕ СВИП-МАЗЕРЫ

В предыдущих разд. 3.1—3.7 динамика волн и частиц в АМ определялась особенностями коллективной релаксации горячей плазмы в магнитной ловушке. Наряду с этим на формирование режимов генерации и динамику спектров излучения в АМ могут влиять процессы, обусловленные изменением добротности резонатора. К таким процессам можно отнести модуляцию прозрачности зеркал на торцах магнитной ловушки, а также собственные колебания магнитной силовой трубки, приводящие к модуляции концентрации и степени анизотропии энергичных частиц.

Остановимся в данном разделе на первой возможности, связанной с модуляцией прозрачности и селективных свойств зеркал на торцах АМ. Отметим, что вопросы модуляции добротности резонатора довольно подробно исследовались в теории лазеров [44, 45], где отмечалась возможность возбуждения пиковых режимов генерации света со свипированием частоты излучения при принудительной модуляции частотной характеристики зеркала. Аналогичные режимы возможны и в АМ, например при воздействии на ионосферу КВ-радионизлучением от наземных передатчиков, модулирующим коэффициент отражения альфвеновских и свистовых волн в магнитосферном АМ [124, 125].

Более интересной представляется возможность самосоглазованной модуляции коэффициента отражения от нелинейного зеркала, рассмотренная в работах [27, 126]. В АМ естественным каналом воздействия на зеркала служат потоки энергичных частиц, высыпающихся из магнитной ловушки через конус потерь на торцы под действием возникающего в системе излучения. Такой канал отсутствует в оптических генераторах. Как уже отмечалось в разд. 1.1, в АМ коэффициент отражения как функция частоты ω может иметь ярко выраженную немонотонную зависимость (см. [71, 127, 128]). Пример такой немонотонной зависимости приведен на рис. 1.3, где также изображена форма линии усиления альфвеновских волн $\Gamma(\omega)$, характеризующая ЦН протонов.

Особенности режимов генерации АМ, обусловленные нелинейностью зеркал, легко понять из простых качественных соображений. Действительно, предположим, что в АМ реализуется режим стационарной генерации, которому отвечает состояние равновесия (3.16). При этом на торцы непрерывно высыпаются энергичные частицы, компенсируя действие внешнего источника частиц и одновременно определяя стационарное значение коэффициента отражения $R_0(\omega)$. Если теперь вследствие каких-либо причин изменится (возрастет) поток высыпающихся частиц S , то будет меняться и $R(S; \omega)$. Если в интервале возбуждаемых частот $\partial R / \partial S > 0$, тогда это приведет к дальнейшему увеличению отклонения от состояния равновесия и режим стационарной

генерации может оказаться неустойчивым. Одновременно возникает свипирование частоты излучения.

Перейдем теперь к количественному рассмотрению. Оставаясь в рамках адиабатического описания работы АМ, воспользуемся простейшей системой квазилинейных уравнений двухуровневого приближения (3.7)

$$\frac{dN}{dt} = -\delta E N + J_{\Sigma}, \quad (3.110a)$$

$$\frac{\partial E_{\omega}}{\partial t} = \frac{2}{T_{\text{гп}}} \Gamma E_{\omega} - \nu E_{\omega}, \quad (3.110б)$$

где N — число энергичных частиц в магнитной силовой трубке с единичным сечением на уровне ионосферы, $E = \int_0^{\infty} E_{\omega} d\omega$,

E_{ω} — спектральная плотность энергии альфвеновских волн, коэффициент δ определяется параметрами фоновой плазмы и энергией быстрых частиц (см. (3.4)), $\Gamma(\omega)$ — усиление волн на одном проходе, $\nu = 2|\ln R|/T_{\text{гп}}$. Напомним, что в двухуровневом приближении форма линии усиления не меняется, и поэтому $\Gamma(\omega)$ можно представить в виде произведения

$$\Gamma = \frac{1}{2} T_{\text{гп}} h N \psi(\xi), \quad (3.111)$$

где $\xi = \omega_{\text{ВЛ}}/k v_0$; v_0 — характерная скорость энергичных частиц; h дается формулой (3.10); $\psi(\xi)$ — линия усиления, максимум которой порядка единицы и достигается при $\xi \approx 1$.

При записи системы (3.110) мы уже фактически использовали приближение узкого спектра возбуждаемых волн:

$\Delta\omega/\omega \ll 1$. Вводя $\omega_m = E^{-1} \int_0^{\infty} \omega E_{\omega} d\omega$, вместо (3.111б) в низшем порядке по $\Delta\omega$ получаем:

$$\frac{dE}{dt} = 2\gamma_{\Sigma}(\omega_m) E = h E N - \nu(\omega_m) E, \quad (3.112a)$$

$$\frac{d\omega_m}{dt} = -2 \left. \frac{\partial \gamma_{\Sigma}}{\partial \omega} \right|_{\omega=\omega_m} \langle (\Delta\omega)^2 \rangle. \quad (3.112б)$$

Здесь $\gamma_{\Sigma}(\omega) = T_{\text{гп}}^{-1} (\Gamma + \ln R)$, $\langle (\Delta\omega)^2 \rangle = E^{-1} \int_0^{\infty} (\omega - \omega_m)^2 E_{\omega} d\omega$, $\nu = 2|\ln R(\omega_m)|/T_{\text{гп}}$. Для относительно медленного процесса $\langle (\Delta\omega)^2 \rangle \left. \frac{\partial \gamma_{\Sigma}}{\partial \omega} \right|_{\omega=\omega_m} \gg T$, частоту излучения в каждый момент

времени можно находить из квазистатического условия $\frac{d\omega_m}{dt} \simeq 0$, которое запишем следующим образом:

$$\frac{\partial}{\partial \omega} \left[\frac{1}{T_{\text{гр}}} (\Gamma + \ln R) \right] = 0. \quad (3.113)$$

Уравнения (3.110а), (3.112а), (3.113) следует дополнить соотношением, характеризующим нелинейные свойства коэффициента отражения R . Эти свойства определяются известной зависимостью R от электронной концентрации n_I на высотах E -слоя ионосферы [126—128]. Кроме того, при изменении ω_m и n_I меняется также и коэффициент h в уравнении (3.112а). Полагая изменение Δn_I малым по сравнению со средней концентрацией n_{I0} , ограничимся первыми членами в разложениях

$$v = v_0 + \frac{\partial v}{\partial n_I} \Delta n_I, \quad h = h_0 + \frac{\partial h}{\partial n_I} \Delta n_I, \quad (3.114)$$

где v_0 и h_0 соответствуют состоянию равновесия системы (3.110). Изменение концентрации ионосферной плазмы подчиняется уравнению баланса ионизации [54]

$$\frac{d \Delta n_I}{dt} = -\frac{\Delta n_I}{T_I} + \chi(S - S_0), \quad (3.115)$$

где T_I — характерное время рекомбинации в ионосфере, S — плотность возникающего в АМ потока выпадающих в ионосферу частиц, S_0 соответствует состоянию равновесия, χ — скорость ионизации. Плотность потока выпадающих частиц определяется соотношением (2.31)

$$S = \frac{\delta}{2} E N, \quad S_0 = \frac{1}{2} J_{\Sigma}. \quad (3.116)$$

Полученную систему уравнений (3.110а), (3.112а) и (3.115) аналогично тому, как это сделано в разд. 3.1, можно исследовать вблизи состояния равновесия на устойчивость. Оказывается, что это состояние неустойчиво, если выполняется неравенство

$$\frac{\chi T_I v_0 N_0}{1 + (\Omega_J T_I)^2} \frac{\partial}{\partial n_I} \ln(hv) > 1, \quad (3.117)$$

где N_0 соответствует состоянию равновесия (3.16), Ω_J — частота релаксационных колебаний, определяемая формулой (3.19).

Физический смысл критерия (3.117) довольно очевиден: пиковый режим реализуется в том случае, когда система в процессе генерации переходит в состояние с большим эффективным коэффициентом отражения, компенсирующим затухание релаксационных колебаний.

Анализ зависимостей h и ν от n_I показал, что критерий (3.117) вполне может реализоваться в земной магнитосфере для АМ, работающего в диапазоне геомагнитных пульсаций ($0,1 < \omega/2\pi < 10$ Гц) [129]. Несколько подробнее этот вопрос обсуждается в разд. 5.4.

Рассмотрим теперь пиковый режим работы альфвеновского свип-мазера, не предполагая отклонения N и E от состояния равновесия малыми. Система уравнений (3.110а), (3.112а) и (3.115) с учетом соотношений (3.114) и (3.116) записывается в следующем виде ($\Omega_J T_I < 1$):

$$\begin{aligned} \frac{dN}{dt} &= -\delta E N + J_\Sigma, \\ \frac{dE}{dt} &= h_0 \left(1 + \frac{\partial \ln h}{\partial n_I} \Delta n_I \right) E N - \nu_0 E, \\ \Delta n_I &= \frac{1}{2} \delta \chi T_I (E N - E_0 N_0), \end{aligned} \quad (3.118)$$

где N_0 и E_0 отвечают состоянию равновесия (3.16) системы, член $\partial \ln \nu / \partial n_I$ для простоты опущен. Если в уравнениях (3.118) перейти к безразмерным переменным

$$n = N/N_0, \quad \varepsilon = E/E_0, \quad \tau = \Omega_J t \quad (3.119)$$

и положить $\varepsilon n = \exp(\zeta)$, то нетрудно проверить, что с точностью до членов, пропорциональных Q_J^{-1} ,

$$\frac{d^2 \zeta}{d\tau^2} + \frac{1}{Q_J} \left(\frac{1}{n} - qn \right) \frac{d\zeta}{d\tau} \exp(\zeta) + \exp(\zeta) - 1 = 0, \quad (3.120a)$$

$$\frac{dn}{d\tau} = \frac{1}{Q_J} [1 - \exp(\zeta)], \quad (3.120б)$$

где Q_J — добротность релаксационных колебаний (см. разд. 3.1), $q = \chi T_I \nu_0 N_0 \partial \ln h / \partial n_I$.

Система уравнений (3.120) описывает слабо затухающие (нарастающие) колебания нелинейного осциллятора. В установившемся режиме средняя за период T нелинейных колебаний работа над осциллятором равна нулю, т. е.

$$\int_0^T \left(qn - \frac{1}{n} \right) \left(\frac{d\zeta}{d\tau} \right)^2 \exp(\zeta) d\tau = 0. \quad (3.121)$$

Для нахождения характеристик нелинейного процесса в соотношении (3.121) нужно подставить решение $\zeta(\tau)$ уравнения

$$\frac{d^2 \zeta}{d\tau^2} + \exp(\zeta) - 1 = 0 \quad (3.122)$$

и $n(\tau)$, определяемое уравнением (3.120б). Соотношение (3.121) и уравнение (3.122) определяют параметры излучения

альфвеновского свип-мазера в пичковом режиме. Об импульсном характере соответствующего нелинейного процесса свидетельствует решение уравнения (3.122), свойства которого определяются формулами (3.23) и (3.24).

Рассмотрим в качестве примера случай малой надпороговости $|q-1| \ll 1$. При этом решение линеаризованного уравнения (3.122) будет следующим:

$$\begin{aligned} \zeta &= \zeta_{\max} \cos(\Omega_J t + \varphi), \\ n &= 1 - \frac{\zeta_{\max}}{Q_J} \sin(\Omega_J t + \varphi). \end{aligned} \quad (3.123)$$

Подставляя выражения (3.123) в соотношение (3.121), получаем

$$\zeta_{\max} = 2 Q_J \left(\frac{q-1}{3} \right)^{1/2}. \quad (3.124)$$

3.9. ПУЛЬСАЦИИ МАГНИТНЫХ ТРУБОК И МОДУЛЯЦИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ АЛЬФВЕНОВСКИХ МАЗЕРОВ

Реально АМ может эффективно взаимодействовать не только с плотной плазмой в области торцов магнитной ловушки, но и с гидромагнитными волнами. При определенных условиях возможно даже развитие своеобразной модуляционной неустойчивости, сопровождающейся одновременным нарастанием модуляции параметров АМ и амплитуд гидромагнитных пульсаций. Причиной этой неустойчивости служит резонансное взаимодействие колебаний параметров АМ с МГД-волнами, имеющими частоту $\Omega \sim \Omega_J$. Взаимодействие двух этих колебательных систем осуществляется следующим образом: гидромагнитные волны вызывают адиабатическое изменение функции распределения. Для быстрых магнитозвуковых волн наиболее существенно оказывается модуляция среднего инкремента, а для альфвеновских — мощности источника частиц. В свою очередь, колебания параметров АМ могут влиять на МГД-волны хотя бы уже потому, что при сбросе частиц на торцы изменяется диамагнитный момент силовой трубки, входящий как сторонний ток в волновое уравнение для гидромагнитных волн.

Рассмотрим возможность появления такого режима более детально. Следуя работе [28], начнем с анализа модуляционной неустойчивости, обусловленной взаимодействием АМ с быстрыми магнитозвуковыми волнами. Допустим, что возмущенное магнитное поле равно

$$\vec{B}' = \vec{B} + \vec{b}(t, \rho, z), \quad (3.125)$$

где \vec{B} — исходное магнитное поле, \vec{b} — координата поперек невозмущенных силовых линий. Результаты работ [20, 21, 26]

показали, что в интересующем нас случае ($|\vec{b}| \ll |\vec{B}|$) наибольшее непосредственное воздействие на функцию распределения захваченных в магнитную ловушку частиц (в соответствии с сохранением первого и второго адиабатических инвариантов) оказывают возмущения, магнитное поле в которых имеет продольную составляющую $\vec{b}_{\parallel} \parallel \vec{B}$. Гидромагнитное возмущение такими свойствами в плазме с малым $\beta = 8\pi P_{\perp} / B^2$ (P_{\perp} — поперечное давление плазмы) соответствует пакету быстрых магнитозвуковых волн.

Взаимодействие с магнитозвуковыми колебаниями может быть эффективным, если они имеют достаточно высокую добротность. Такая ситуация возможна, например, если существует резонатор для быстрых магнитозвуковых волн. Роль резонатора с успехом может выполнять отдельная силовая трубка магнитного поля с повышенной концентрацией холодной плазмы. Как уже отмечалось в разд. 1.2, такая трубка с увеличенным значением концентрации плазмы n_p благоприятна и для развития циклотронной неустойчивости. В случае, когда поперечный размер трубки — резонатора d — много меньше ее длины l , для быстрых магнитозвуковых волн не очень важна кривизна силовых линий. Соответственно резонатор можно аппроксимировать прямым цилиндром. Неоднородность магнитного поля и концентрации вдоль оси магнитной трубки z определяет продольную структуру поля гидромагнитной волны. Для простоты ограничимся анализом простейшего случая однородного вдоль z резонатора, в котором $v_A = \text{const}$. При этом быстрые магнитозвуковые волны можно рассматривать независимо от других типов волн.

С учетом указанных приближений волновое уравнение для аксиально-симметричных колебаний запишется следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial b}{\partial \rho} \right) + \frac{\partial^2 b}{\partial z^2} - \frac{1}{v_A^2} \frac{\partial^2 b}{\partial t^2} = \\ = - \frac{4\pi}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\frac{\rho}{B} \frac{\partial P_{\perp}}{\partial \rho} \right), \end{aligned} \quad (3.126)$$

где $b \equiv b_{\parallel}$, $v_A = c \omega_{Bi} / \omega_{pi}$, ω_{pi} и ω_{Bi} — плазменная и гирочастоты ионов холодной плазмы, $P_{\perp} = \frac{1}{2} m f v_{\perp}^2 \int d^3 v$ — поперечное давление энергичных частиц в АМ.

Решение линейного уравнения (3.126) с источником можно представить в виде разложения по собственным функциям стоящего в левой части дифференциального оператора. При $v_A =$

$= \text{const}$ собственными функциями этого оператора являются $\sin \kappa_n z$ и $\cos \kappa_n z$ по координате z и функции Бесселя нулевого порядка $J_0(\kappa_m \rho)$ и $N_0(\kappa_m \rho)$ — по поперечной координате. При большом перепаде концентрации внутри и вне резонатора быстрые магнитозвуковые колебания обладают высокой добротностью, а набор собственных чисел κ_m определяется корнями уравнения

$$J_0 \left(\frac{1}{2} \kappa_m d \right) = 0. \quad (3.127)$$

Граничные условия для гидромагнитных волн на торцах магнитной ловушки имеют целый ряд специфических особенностей, связанных, например, с тем, что их длина соизмерима с толщиной ионосферы, и возможны резонансные эффекты [127]. В данном случае это не принципиально, и мы зададимся модельным граничным условием $b(z = \pm l/2) = 0$, которое определяет продольные собственные числа $\kappa_n = \pi n/l$ и соответствующие собственные функции $\sin \kappa_n(z + l/2)$. В результате находим, что собственные частоты МГД-резонатора

$$\Omega_{mn}^2 = (\kappa_m^2 + \kappa_n^2) v^2 A. \quad (3.128)$$

Зная структуру поля в отдельных модах, представим решение уравнения (3.126) в виде разложения

$$b(t, \rho, z) = \sum_{m=0, n=1}^{\infty} b_{mn} J_0(\kappa_m \rho) \sin \kappa_n \left(z + \frac{l}{2} \right). \quad (3.129)$$

Амплитуды отдельных нормальных колебаний из разложения (3.129) удовлетворяют уравнениям

$$\frac{d^2 b_{mn}}{dt^2} + 2\nu_{mn} \frac{db_{mn}}{dt} + \Omega_{mn}^2 b_{mn} = -\beta_{mn} \Omega_{mn}^2 B \frac{N}{N_0}, \quad (3.130)$$

в которых затухание ν_{mn} обусловлено конечной добротностью МГД-резонатора, а

$$\beta_{mn} = \frac{4 \kappa_m}{\Omega_{mn}^2 d n_p l m_i J_1 \left(\frac{1}{2} \kappa_m d \right)} \int_{-l/2}^{+l/2} P_{\perp c}(z) \sin \kappa_n \left(z + \frac{l}{2} \right) dz, \quad (3.131)$$

где m_i — масса протона.

Учтем теперь гидромагнитное возмущение в уравнениях (3.7). Для этого левую часть уравнения (1.61a) следует дополнить членом $\frac{1}{B} \frac{\partial b}{\partial t} \left[\mu v \frac{\partial F}{\partial v} - 2\mu(1-\mu) \frac{\partial F}{\partial v} \right]$, а в ко-

эффициенты этих уравнений магнитное поле подставить в виде $B' = B + b$. Соответственно в коэффициенте диффузии и инкременте появятся добавки, пропорциональные амплитуде гидромагнитных колебаний b . Модуляция параметров δ и h быстрыми магнитозвуковыми колебаниями существенно зависит от структуры возмущения $b(\rho, z)$, так как в систему (3.7) входит

усредненный по z эффект. Поэтому наиболее существенны возмущения с низким нечетным значением n . В результате уравнения балансного приближения (3.7) с учетом гидромагнитного возмущения записываются следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{dN}{dt} &= - \left(1 + \Delta_1 \frac{\langle b \rangle}{B_L} \right) \delta E N + J_{\Sigma}, \\ \frac{dE}{dt} &= \left(1 + \Delta_2 \frac{\langle b \rangle}{B_L} \right) h E N - \nu E. \end{aligned} \quad (3.132)$$

Здесь величина и знак коэффициентов Δ_1 и Δ_2 определяются угловой зависимостью мощности источника частиц, концентрацией плазмы n_p , функциональной зависимостью $b(z)$ и т. д. В наиболее благоприятных условиях при $n \sim 1$ коэффициенты $|\Delta_{1,2}| \sim 1$. Систему (3.132) можно записать в виде одного уравнения второго порядка. Так, при $\langle b \rangle / B_L \ll 1$, имеем

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \xi}{dt^2} + 2\nu_J \frac{d\xi}{dt} \exp(\xi) + \Omega_J^2 [\exp(\xi) - 1] = \\ = \frac{\langle b \rangle}{B_L} \left[\Delta_2 \Omega_J^2 + \Delta_2 \left(\frac{d\xi}{dt} + \nu \right) \frac{d \ln \langle b \rangle}{dt} - \right. \\ \left. - \Delta_1 \nu_J \left(\frac{d\xi}{dt} + \nu \right) \exp(\xi) \right], \end{aligned} \quad (3.133)$$

где $\xi = \ln(E/E_0)$.

Исследуем поведение АМ при малых отклонениях от состояния равновесия. Для этого линеаризуем систему уравнений (3.130) и (3.133). Затем представим все переменные величины в виде $a = a_0 + a_{\sim} \exp(\lambda t)$ и запишем характеристическое уравнение

$$\begin{aligned} (\lambda^2 + 2\nu_J \lambda + \Omega_J^2)(\lambda^2 + 2\nu_{mn} \lambda + \Omega_{mn}^2) = \\ = 2\beta \left(\frac{\Omega_J \Omega_{mn}}{\kappa_m d} \right)^2 \left[\Delta_2 + (\Delta_1 - \Delta_2) \frac{\lambda}{\nu} \right]. \end{aligned} \quad (3.134)$$

Правая часть уравнения (3.134) пропорциональна малому параметру $\beta = 8\pi P_{\perp} / B_L^2$. Поэтому в случае неустойчивости максимальные инкременты при $\nu_J, \nu_{mn} \ll \Omega$ следует ожидать на двойном резонансе

$$\Omega = \Omega_J = \Omega_{mn}. \quad (3.135)$$

Полагая $\lambda = -i\Omega_J + \gamma$, найдем инкремент γ этой своеобразной модуляционной неустойчивости (при $\Omega_J = \Omega_{mn}$):

$$\begin{aligned} \gamma = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left\{ \left[(\nu_{mn} - \nu_J)^2 - 2\beta \left(\frac{\Omega_J}{\kappa_m d} \right)^2 (\Delta_2 + i\Delta_1 - i\Delta_2) \right]^{1/2} - \right. \\ \left. - (\nu_{mn} + \nu_J) \right\}. \end{aligned} \quad (3.136)$$

При высокой добротности релаксационных колебаний $\nu_J/\Omega_J \ll 1$ и $|\Delta_1| \sim |\Delta_2|$ неустойчивость в основном обусловлена модуляцией инкремента и возникает при $\Delta_2 < 0$. Условие неустойчивости по β оказывается пороговым:

$$\beta \geq \beta_{\min} = 2 \left(\frac{\kappa_m d}{\Omega_J} \right)^2 \frac{\nu_J \nu_{mn}}{|\Delta_2|} \ll 1. \quad (3.137)$$

Инкремент неустойчивости вдали от порога равен

$$\gamma = \left(\frac{|\Delta_2| \beta}{2 \kappa^2_{.m} d^2} \right)^{1/2} \Omega_J. \quad (3.138)$$

Знак Δ_2 и инкремент (3.138) определяются конкуренцией возникающих при $b \neq 0$ эффектов диамагнитного перераспределения горячей плазмы и изменением числа резонансных с электромагнитными волнами частиц, с одной стороны (при этом $\Delta_2 < 0$), и эффектами роста концентрации плазмы из-за вмороженности и изменения анизотропии, с другой (при этом $\Delta_2 > 0$). Более подробно этот вопрос, так же как и нелинейная стадия взаимодействия АМ и быстрых магнитозвуковых волн, рассмотрены в работе [28].

Аналогичная неустойчивость возникает и в случае альфвеновских колебаний магнитной силовой трубки, при этом, однако, важную роль играет кривизна и неоднородность магнитного поля [29]. Рассматриваемый вопрос тесно примыкает к задачам, где при анализе низкочастотных неустойчивостей принимается во внимание эффективная частота соударений, обусловленная присутствием высокочастотной (в частности, свистовой) турбулентности [130—132]. Интересующая нас модуляционная неустойчивость обусловлена обратным влиянием пульсаций магнитной силовой трубки на возбуждение свистовых волн. Детальный анализ этих явлений можно найти в работе [29].

3.10. ОБСУЖДЕНИЕ. ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА КВАЗИПЕРИОДИЧЕСКИХ РЕЖИМОВ

При постоянной мощности источника частиц в режиме слабой питч-угловой диффузии АМ имеет тенденцию к реализации колебательных процессов с частотой, по порядку величины определяемой выражением (3.19)

$$\Omega_J = (\nu/T_l)^{1/2}.$$

Нетрудно оценить диапазон значений, в котором может находиться эта частота, учитывая, что при слабой питч-угловой диффузии должно выполняться неравенство (2.17), и поэтому

$$T_l > \sigma \frac{l}{\nu}.$$

Комбинируя два приведенных соотношения, находим, что

$$\Omega_J < \left(\frac{v v}{\sigma l} \right)^{1/2}.$$

Теоретические выводы и результаты численных расчетов указывают на возможность установления автоколебательных режимов работы АМ. Этот процесс обусловлен модуляцией анизотропии функции распределения, которая играет роль быстрого нелинейного насыщения поглощения в оптике.

Для рассмотренных случаев в АМ устанавливаются периодические автоколебания. Характеристики импульсов электромагнитного излучения определяются угловой зависимостью мощности источника частиц и только очень слабо зависят от величины мощности. Величина мощности источника частиц определяет период автоколебаний. Отметим, что согласно уравнению (3.73) возрастание амплитуды по сравнению со стационарным уровнем обусловлено ростом скважности импульсной последовательности. Поэтому постоянство выражения $E_{\max} \Delta t / T$ может использоваться как экспериментальный критерий постоянства мощности источника частиц.

Естественно, найденные характеристики автоколебаний (3.77) должны лежать в области справедливости системы уравнений (3.2). Для выполнения приближения адиабатичности, использованного при получении усредненной системы уравнений, импульсы электромагнитного излучения должны быть достаточно длинными: $\Delta t \gg \max\{T_b, T_{\text{гр}}\}$. Чтобы все время реализовалось приближение слабой пич-угловой диффузии (2.17), должно выполняться неравенство

$$E_{\max} < v / D \sigma l.$$

Для улучшения соответствия экспериментальных результатов с теоретическими моделями последние должны учитывать нестационарные процессы перестройки частотного спектра волн. При решении этого вопроса в расчет надо принимать целый ряд факторов. Например, важную роль может играть частотный ход декремента затухания электромагнитных волн. При узкой линии резонатора перестройка спектра невелика, и ее довольно просто учесть. Но и в данном случае есть свои тонкости. Так, для АМ на альфвеновских волнах добротность магнитосферного резонатора имеет несколько острых пиков, когда на толщине ионосферы укладывается целое число полуволн. За счет высыпания частиц в ионосферу изменяются ее характеристики и заметно смещаются частоты, на которых добротность магнитосферного резонатора достигает пиковых значений. Выше мы видели, что это приводит к свипированию частоты излучения.

Из других факторов, конечно, важны частотная зависимость усредненного инкремента и ее изменение в процессе накопления частиц в магнитной ловушке. В случае умеренной

питч-угловой диффузии весьма существенным оказывается смещение частотной границы области взаимодействия волн и частиц в пределах импульса электромагнитного излучения, которое может обеспечивать существование колебательных режимов. Перестройка области взаимодействия волн и частиц приводит к возбуждению высших угловых мод у функции распределения и модуляции ее анизотропии. Этот процесс имеет много общего с рассмотренным в разд. 3.2.

При умеренной питч-угловой диффузии относительно высок уровень изотропного фона функции распределения, и в усилении (1.58v) может стать существенным слагаемое с производной по модулю скорости.

Отметим, что для проверки теоретических моделей большой интерес представляют эксперименты с синхронной регистрацией тонких деталей функции распределения, энергетического распределения высыпающихся частиц и частотного спектра волн.

Квазипериодические колебания параметров АМ могут резонансно взаимодействовать с несколькими физическими процессами в магнитной ловушке. Для выявления главного среди них в разных условиях нужны целенаправленные эксперименты. При этом полезно иметь в виду, что взаимодействие с плотной плазмой в области торцов может приводить к колебательным процессам в локальной магнитной трубке без заметного возмущения магнитного поля.

Связанные с гидромагнитными волнами процессы должны исследоваться в развитии. Например, если сначала была гидромагнитная волна, а потом в электромагнитном шуме возникла модуляция с ее периодом, то это может быть связано с раскачкой релаксационных колебаний. Если модуляции параметров АМ и амплитуда гидромагнитной волны увеличиваются одновременно, то это может быть следствием модуляционной неустойчивости на двойном резонансе.

4. ТОНКАЯ СТРУКТУРА СПЕКТРОВ ИЗЛУЧЕНИЯ И ПОТОКОВ ЧАСТИЦ

В предыдущем разделе речь шла о сравнительно медленных процессах в АМ с характерными временами, много большими периодов осцилляций частиц и волн между точками отражения. В то же время на эксперименте обнаруживается тонкая структура спектров излучения в виде более быстрой периодической последовательности пиков, следующих друг за другом через интервалы, близкие к периоду баунс-осцилляций частиц T_b и периоду осцилляций волн $T_{гр}$ между зеркалами резонатора. Указанные режимы генерации АМ уже не описываются в рамках использованного в предыдущем разделе адиабатического приближения и требуют учета пространственно-временной модуляции потоков частиц и интенсивности волн. В известном смысле эти режимы перекликаются с режимами синхронизации мод в квантовых генераторах [44, 133, 134]. Развитию теории АМ с учетом пространственно-временной модуляции потоков частиц и волн посвящен данный раздел.

4.1. ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Сформулируем предварительные качественные соображения относительно причин формирования тонкой структуры излучения АМ, не обращая пока к уравнениям. В отличие от предыдущих разделов при анализе тонкой структуры излучения АМ приходится учитывать возможность пространственно-временной локализации волн и частиц. Во многих случаях такая локализация оказывается энергетически более выгодной по сравнению с однородными распределениями частиц и волн.

При анализе тонкой структуры излучения АМ возникают два основных вопроса. Первый касается возможности возбуждения автоколебаний интенсивности волн и потоков частиц, проявляющихся в самопроизвольном начале формирования пространственно-локализованных в объеме резонатора пакетов волн и сгустков частиц, осциллирующих между точками отражения (рис. 4.1). Второй вопрос заключается в выявлении механизмов формирования и структуры устойчивых спектральных форм внутри волнового пакета.

Причинами образования сгустков частиц и пространственно-временной модуляции интенсивности волн являются в основном те же физические процессы, которые обсуждались в предыдущем разделе и которые связаны с особенностями источника

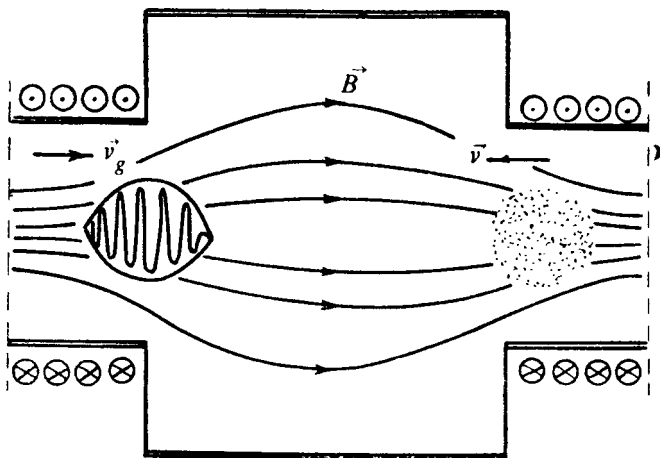


Рис. 4.1. Осцилляции сгустков частиц и пакетов волн между точками отражения в магнитной ловушке

энергичных электронов и протонов, подключением в процессе развития циклотронной неустойчивости новых резонансных частиц, нелинейностью зеркал альфвеновского резонатора. В данном случае, однако, указанные процессы проявляются более разнообразно из-за возможности образования пространственно-локализованных сгустков частиц. Механизмы образования сгустков традиционны. По существу, мы имеем дело с осцилляторами (энергичные электроны и протоны, осциллирующие между магнитными пробками с частотой Ω_b , которые взаимодействуют с электромагнитным полем, имеющим дискретный спектр по огибающей интенсивности, состоящий из гармоник частоты осцилляций $\Omega_{гр} = 2\pi/T_{гр}$ волновых пакетов между зеркалами (осцилляторы огибающей). Взаимодействие осцилляторов сводится к периодическим толчкам, происходящим в области циклотронного резонанса. Интенсивность толчков можно найти с помощью квазилинейных уравнений плазмы. Естественно ожидать резкого усиления взаимодействия, когда частоты всех осцилляторов близки друг к другу. Именно такой двойной резонанс ниже обсуждается наиболее детально.

Дополнительный механизм группировки осцилляторов огибающей обусловлен селективными и нелинейными свойствами зеркал плазменного резонатора. Этот механизм уже обсуждался в разд. 3, где был рассмотрен фактически вырожденный случай возбуждения осциллятора огибающей, соответствующего пространственно однородному распределению интенсивности излучения. Естественно, возможна раскачка осцилляторов и с пространственно локализованными пакетами волн, причем в ряде

случаев, как это было показано в работе [135] и подробно анализируется ниже, такой процесс оказывается энергетически **выгодным**. Важную роль в формировании тонкой структуры излучения АМ играет неизохронность осцилляторов: для частиц это зависимость баунс-частоты Ω_b от энергии и питч-угла, а для осцилляторов огибающей — зависимость групповой скорости волнового пакета от несущей частоты. Очевидно, что регулярная тонкая структура излучения АМ может иметь место лишь в условиях, когда есть механизмы компенсации неизохронности осцилляторов. Для частиц малый разброс по баунс-частоте может быть обусловлен либо свойствами их источника, либо нелинейными эффектами при взаимодействии частиц с электромагнитными волнами. Для волновых пакетов таких механизмов компенсации три. Первый из них обусловлен нелинейностью фоновой плазмы, которая вносит зависящую от частоты волны добавку к групповой скорости, компенсирующую линейную дисперсию. Второй механизм связан с тем, что в активной среде, в которой происходит усиление волн, скорость максимума интенсивности пакета (частота осциллятора огибающей) не совпадает с его групповой скоростью, а определяется также амплитудой пакета и частотной зависимостью коэффициента усиления и может быть постоянной в некотором интервале несущих частот. Указанная ситуация реализуется, например, в случае пассивной синхронизации мод, которая для лазера с неэквидистантным спектром рассмотрена в работе [40]. Возможен, наконец, и третий механизм, который реализуется, когда существенна нелинейность зеркал, и обусловлен зависящей от частоты волны нелинейной задержкой в формировании отраженного от зеркала сигнала [125, 136].

В последующих пунктах данного раздела анализируются в основном механизмы возбуждения осцилляторов огибающей, и очень коротко обсуждается вопрос о формировании спектральных форм внутри волновых пакетов, непосредственно связанный с неизохронностью осцилляторов и возможностью ее компенсации. Некоторые более подробные сведения по последнему вопросу можно найти в работах [40, 126, 135, 136].

4.2. УЧЕТ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОЙ МОДУЛЯЦИИ ПОТОКОВ ЧАСТИЦ И ИНТЕНСИВНОСТИ ВОЛН В ТЕОРИИ АЛЬФВЕНОВСКИХ МАЗЕРОВ

Для описания тонкой структуры излучения АМ необходимо использовать полную систему уравнений (1.56). Часто, однако, эту систему можно упростить, оставив лишь диффузию по питч-углам (когда параметр $\beta_* \gg 1$) и ограничившись почти продольным распространением ($\vec{\kappa} \parallel \vec{B}$). В этом приближении,

если $\kappa^2(z) \approx \text{const}$, исходная система уравнений запишется в следующем виде:

$$\frac{\partial f^\pm}{\partial t} \pm v \sqrt{1-\mu} \frac{B}{B_L} \frac{\partial f}{\partial z} = \sqrt{1-\mu} \frac{B}{B_L} \frac{\partial}{\partial \mu} \left(D^\pm \frac{\partial f^\pm}{\partial \mu} \right) + j, \quad (4.1a)$$

$$\frac{\partial \varepsilon_\kappa^\pm}{\partial t} \pm v_{\text{гр}} \frac{\partial \varepsilon_\kappa^\pm}{\partial z} = 2\gamma^\pm \varepsilon_\kappa^\pm + \alpha, \quad (4.1б)$$

$$D^\pm = \int_0^\infty D \varepsilon_\kappa^\pm d\kappa, \quad \gamma^\pm = \int_0^{\mu_m} \int_{\mu_c} K \frac{\partial f^\pm}{\partial \mu} d\mu d\nu, \quad (4.1в)$$

$$D = D_0 \omega_B \delta \left(\omega_B - \kappa v \sqrt{1-\mu} \frac{B}{B_L} \right),$$

$$K = K_0 \omega_B \delta \left(\omega_B - \kappa v \sqrt{1-\mu} \frac{B}{B_L} \right), \quad (4.1г)$$

$$D_0 = \frac{4 \omega_{BL}^2}{\pi m \omega \omega_B v^4} \cdot K_0 = \frac{16 \pi^2 e^2 \omega_{BL}^2 \mu}{m^2 c^2 \kappa^2 v^2 \sqrt{1-\mu} \frac{B}{B_L}}. \quad (4.1д)$$

В системе (4.1) мы в явном виде выделили частицы и волновые пакеты, движущиеся в $+z$ (f^+ , ε_κ^+) и в $-z$ (f^- , ε_κ^-)-направлениях.

Запишем теперь граничные условия для уравнения (4.1a) при слабой и умеренной пич-угловой диффузии

$$D^\pm \frac{\partial f}{\partial \mu} = 0 \quad \text{при} \quad \mu = \mu_c \quad \text{и} \quad \mu = \mu_m; \quad (4.2a)$$

$$f^\mp(t, z, \mu, \nu) = f^\pm(t, z, \mu, \nu) \quad \text{при} \quad z = \pm z_{\text{max}}(\mu), \quad \text{если} \quad z_{\text{max}} \leq l/2; \quad (4.2б)$$

$$f^\pm = 0, \quad \text{если} \quad z_{\text{max}} > l/2. \quad (4.2в)$$

Здесь $z_{\text{max}}(\mu)$ — координата точки поворота частицы, определяемая из соотношения $1-\mu B(z)/B_L = 0$, а $z = \pm l/2$ отвечают торцам ловушки (см. рис. 4.1). Граничные условия для уравнения переноса энергии (4.1б) следующие:

$$\varepsilon_\kappa^+(z = -l/2) = R_1 \varepsilon_\kappa^-(z = -l/2), \quad \varepsilon_\kappa^-(z = l/2) = R_2 \varepsilon_\kappa^+(z = l/2), \quad (4.3)$$

где R_1 и R_2 — коэффициенты отражения волн от торцов. Как уже отмечалось, коэффициенты отражения $R_{1,2}$ в АМ могут быть нелинейными элементами, и это обстоятельство играет существенную роль в формировании тонкой структуры излучения АМ.

Для выяснения основных физических механизмов пространственно-временной модуляции излучения АМ удобно анализировать роль нелинейности зеркал и баунс-резонанса отдельно. Возможность такого независимого рассмотрения указанных факторов обусловлена большим различием периодов $T_{гр}$ и T_b . Их отношение с учетом условия циклотронного резонанса ($-\kappa_{\parallel} v_{\parallel} = \omega_B$, если $\omega \ll \omega_B$) по порядку величины равно $T_{гр}/T_b \approx \approx \omega_B/\omega \gg 1$. В то же время в реальных условиях, например, земной магнитосферы инерционность зеркал дает им возможность реагировать лишь на модуляцию с периодами $T \geq T_{гр}$. В свою очередь, взаимодействие на баунс-резонансе в первом приближении не сказывается на сравнительно медленной модуляции с периодами порядка $T_{гр}$.

4.3. ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННАЯ МОДУЛЯЦИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ АЛЬФВЕНОВСКИХ МАЗЕРОВ, ОБУСЛОВЛЕННАЯ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ ЗЕРКАЛ

Для описания медленных в масштабе периода T_b процессов кинетическое уравнение для функции распределения (4.1а) можно усреднить по быстрым баунс-осцилляциям частиц, предполагая функцию распределения f^{\pm} слабо зависящей от z в области захвата ($z_{max} \leq l/2$). Как и при выводе системы адиабатического приближения, операция усреднения сводится к действию интегрального оператора $T_b^{-1} \oint dz/v_{\parallel}$ на обе части уравнения (4.1а). В результате получаем

$$\frac{\partial F}{\partial t} = \frac{1}{T_b} \frac{\partial}{\partial \mu} \left[\int_{-l/2}^{+l/2} \int_0^{\infty} \frac{D}{v} (\epsilon_{\kappa}^{+} + \epsilon_{\kappa}^{-}) d\kappa dz \frac{\partial F}{\partial \mu} \right] + J. \quad (4.4)$$

Здесь $F = T_b^{-1} \oint (f/v_{\parallel}) dz$, $J = T_b^{-1} \oint (j/v_{\parallel}) dz$, D определяется выражением (4.1в).

Внутри конуса потерь ($z_{max} > l/2$) функции f^{+} и f^{-} существенно различны и определяют потоки высыпающихся частиц соответственно на правый и левый торцы ловушки. С помощью уравнения (4.1а), используя граничное условие (4.2в), получаем следующую формулу для потоков высыпающихся частиц S^{\pm} :

$$S^{\pm} = -\frac{\pi \sigma}{\alpha} \int_{v_{min}}^{\infty} \int_0^{+l/2} \int_{-l/2}^{\infty} \left(D \epsilon_{\kappa}^{\mp} \frac{\partial F}{\partial \mu} \right) \Big|_{\mu=\mu_c} v^2 dz d\kappa dv. \quad (4.5)$$

Роль нелинейности зеркал проиллюстрируем на примере АМ, действующего в магнитосфере Земли, где зеркалами явля-

ются области ионосферы в сопряженных полушариях. Потоки S^\pm в этом случае входят в уравнения баланса ионизации ионосферной плазмы

$$\frac{dn_I^\pm}{dt} = q_I + \chi S - \alpha_I (n_I^\pm)^2, \quad (4.6)$$

где q_I — постоянный источник ионизации, α_I — коэффициент диссоциативной рекомбинации, знаки \pm соответствуют северному и южному полушариям, а остальные обозначения те же, что и в уравнении (3.115). Система (4.1) имеет состояние равновесия, которое в пределе $\alpha \rightarrow 0$ задается следующими соотношениями:

$$\frac{1}{T_b} \frac{\partial}{\partial \mu} \left[\int_{-1/2}^{+1/2} \int_0^\infty \frac{D}{v} (\varepsilon_{\kappa_0}^+ + \varepsilon_{\kappa_0}^-) d\kappa dz \frac{\partial F_0}{\partial \mu} \right] = -J, \quad (4.7a)$$

$$\Phi(\omega) \equiv R_1 R_2 \exp \left(4 \int_{-1/2}^{+1/2} \frac{\gamma}{v_{гp}} dz \right) = 1, \quad (4.7б)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \omega} = 0, \quad (4.7в)$$

определяющими функцию распределения энергичных частиц и спектр волн в стационарном состоянии. Равенство (4.7в) соответствует условию, при котором порог неустойчивости достигается на частоте, отвечающей максимуму функции $\Phi(\omega)$.

Как уже отмечалось в разд. 1.1. (см. рис. 1.3), коэффициент отражения альфвеновских волн от ионосферы может иметь резко выраженные пики, причем в максимумах R близок к единице. Это обстоятельство оказывается важным при анализе пиковых режимов генерации АМ. Ситуация здесь аналогична уже рассмотренной в разд. 3.9, где анализировались пространственно однородные колебания интенсивности электромагнитных волн и потоков частиц. Соотношения (4.1)—(4.3) позволяют в принципе найти все возможные режимы работы АМ, включая пространственно-временную модуляцию потоков частиц и волны огибающей интенсивности электромагнитного излучения произвольных масштабов. Проще всего это сделать, анализируя поведение малых возмущений в системе вблизи состояния равновесия (4.7). Таким образом, мы приходим к задаче отыскания спектра собственных функций и собственных значений, соответствующих набору элементарных возмущений частиц и волн огибающей интенсивности с неизвестной заранее пространственной структурой. Эти элементарные возмущения отвечают обсуждавшимся в разд. 4.1 баунс-осцилляторам для частиц и осцилляторам огибающей для волн.

Перейдем к конкретному решению поставленной задачи. Как

и раньше, ограничимся рассмотрением случая параболической магнитной ловушки (1.41), в которой период баунс-осцилляций $T_b = 2\pi a/v \mu^{1/2}$. При этом в уравнении (4.4) удобно ввести новую переменную $\kappa = \mu^{1/2}$. В стационарном состоянии наличие резко выраженных пиков в структуре $R(\omega)$ приводит к возбуждению узкополосного стационарного шума $\epsilon_{\kappa 0} = \epsilon_0 \delta(\kappa - \kappa_0)$. Используя это обстоятельство, линеаризуем систему (4.1), (4.4) — (4.6) относительно состояния равновесия, определяемого равенствами (4.7). Представляя все зависящие от времени величины в виде $a = a_0 + a_\lambda \exp(\lambda t)$, находим, что

$$\lambda F_\lambda = \frac{\partial}{\partial \kappa} \left[\int_{-1/2}^{+1/2} \frac{D}{8\pi a \kappa} (\epsilon_0^+ + \epsilon_0^-) dz \frac{\partial F_\lambda}{\partial \kappa} \right] + \frac{\partial}{\partial \kappa} \left[\int_{-1/2}^{+1/2} \frac{D}{8\pi a \kappa} (\epsilon_{\lambda^+} + \epsilon_{\lambda^-}) dz \frac{\partial F_0}{\partial \kappa} \right], \quad (4.8a)$$

$$\lambda \epsilon_{\lambda^\pm} \pm v_{\text{гp}} \frac{d \epsilon_{\lambda^\pm}}{d z} = 2\gamma_0 \epsilon_{\lambda^\pm} + 2\gamma_\lambda \epsilon_0^\pm. \quad (4.8б)$$

$$\gamma_\lambda = \int_{\kappa_c}^{\kappa_m} K_0 \left(v \frac{\partial F_\lambda}{\partial \kappa} \right) \Big|_{v=v_{\text{рез}}} d\kappa. \quad (4.8в)$$

$$\lambda n_{I\lambda}^\pm = -T_I^{-1} n_{I\lambda}^\pm + \chi S_{\lambda^\pm}, \quad (4.8г)$$

где $v_{\text{рез}} = \omega_B / \kappa_0 (1 - \kappa^2 B/B_L)^{1/2}$, $T_I = (2\alpha_I n_{I0})^{-1}$.

Решение уравнения (4.8a) можно искать в виде разложения по собственным функциям оператора питч-угловой диффузии (см. разд. 3). Ниже ограничимся случаем слабой питч-угловой диффузии и представим первый член в правой части уравнения (4.8a) приближенно в виде, характерном для балансного приближения (3.7)

$$\frac{\partial}{\partial \kappa} \left[\int_{-1/2}^{+1/2} \frac{D}{8\pi a \kappa} (\epsilon_0^+ + \epsilon_0^-) dz \frac{\partial F_\lambda}{\partial \kappa} \right] = -\frac{F_\lambda}{T_l}, \quad (4.9)$$

где T_l — время жизни энергичных частиц (см. (3.19)). Следует заметить, что, как будет видно из дальнейшего, слагаемое (4.9) не играет существенной роли в формировании пространственно-временной структуры излучения АМ и поэтому аппроксимация (4.9) представляется вполне разумной.

Запишем далее с помощью формул (4.5) и (4.8a) выражение для потока высыпающихся частиц

$$S_{\lambda^\pm} = \frac{\lambda}{\lambda + T_l^{-1}} \int_{-1/2}^{+1/2} q_1 \epsilon_{\lambda^\mp} dz, \quad (4.10a)$$

$$q_1(z) = \frac{4\pi^3 \sigma e^2 B_L}{m^2 c^2 \kappa_0 B} \left(\kappa v^2 \frac{\partial F}{\partial \kappa} \right) \Big|_{\kappa=\kappa_c, v=v_{\text{рез}}} \quad (4.10б)$$

С учетом соотношений (4.8г) и (4.9) граничные условия (4.3) для уравнения (4.8б) можно переписать следующим образом:

$$\varepsilon_{\lambda^-}(z=l/2) = \Phi_2 \varepsilon_0^+(z=l/2) \int_{-l/2}^{+l/2} q_1 \varepsilon_{\lambda^-} dz + R_{20} \varepsilon_{\lambda^+}(z=l/2), \quad (4.11а)$$

$$\varepsilon_{\lambda^+}(z=-l/2) = \Phi_1 \varepsilon_0^-(z=-l/2) \int_{-l/2}^{+l/2} q_1 \varepsilon_{\lambda^+} dz + R_{10} \varepsilon_{\lambda^-}(z=-l/2), \quad (4.11б)$$

$$\Phi_{1,2} = \frac{\chi \lambda}{(\lambda + T_I^{-1})(\lambda + T_I^{-1})} \left(\frac{\partial R_{1,2}}{\partial n_I} \right)_0. \quad (4.11в)$$

В зависимости от симметрии зеркал и соотношения между частотной шириной линии циклотронного усиления $\Gamma(\omega)$ (см. (1.44) и (3.111)) и частотным масштабом коэффициентов отражения $R_{1,2}(\omega)$ возможны две качественно различные ситуации, когда $\Phi_{1,2}$ — одного знака и когда $\Phi_{1,2}$ — противоположны по знаку (см. рис. 4.2). Ниже ограничимся рассмотрением двух наиболее простых возможностей, когда $\Phi_1 = \Phi_2$ и $\Phi_1 = -\Phi_2$ при $R_{10} = R_{20} = R$.

Запишем общее решение уравнения (4.8б)

$$\varepsilon_{\lambda^\pm}(z) = \exp \left[\pm \int_0^z (2\gamma_0 - \lambda) \frac{dz'}{v_{\text{гп}}} \right] \left\{ \varepsilon_{\lambda L}^\pm \pm \right.$$

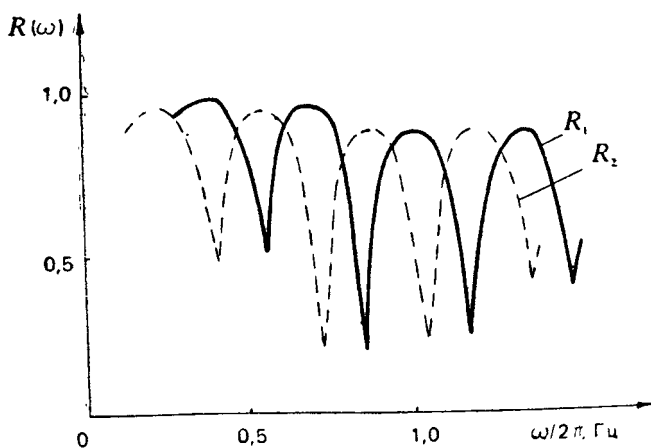


Рис. 4.2. Частотные зависимости модуля коэффициента отражения альфвеновских волн от сопряженных областей ионосферы $R_{1,2}$ в несимметричном АМ

$$\pm 2 \int_0^z \varepsilon_0^\pm \gamma_{\lambda L} q_2(z') \exp \left[\mp \int_0^{z'} (2\gamma_0 - \lambda) \frac{dz''}{v_{rp}} \right] \frac{dz'}{v_{rp}} \} , \quad (4.12)$$

где через $\varepsilon_{\lambda L}^\pm$ и $\gamma_{\lambda L}$ обозначены величины в центре магнитной ловушки, а инкремент $\gamma_\lambda(z)$ представлен в виде произведения

$$\gamma_\lambda = \gamma_{\lambda L} \cdot q_2(z). \quad (4.13)$$

Учитывая соотношения (4.9) — (4.13), при $\Phi_1 = \Phi_2 = \Phi$ (симметричные ионосферы) можно записать следующую систему алгебраических уравнений, определяющую собственные значения λ :

$$\begin{aligned} a_1 \varepsilon_{\lambda L}^+ + b_1 \varepsilon_{\lambda L}^- + c_1 \gamma_{\lambda L} &= 0, \\ b_1 \varepsilon_{\lambda L}^+ + a_1 \varepsilon_{\lambda L}^- + c_1 \gamma_{\lambda L} &= 0, \\ a_2 \varepsilon_{\lambda L}^+ + a_3 \varepsilon_{\lambda L}^- + c_2 \gamma_{\lambda L} &= 0, \end{aligned} \quad (4.14)$$

в которой введены обозначения

$$\begin{aligned} a_1 &= R \exp \left[\int_0^{l/2} (2\gamma_0 - \lambda) \frac{dz}{v_{rp}} \right], \\ b_1 &= -\exp \left[- \int_0^{l/2} (2\gamma_0 - \lambda) \frac{dz}{v_{rp}} \right] + \\ &+ \Phi \varepsilon_0^- \left(z = \frac{l}{2} \right) \int_{-l/2}^{+l/2} q_1(z) \exp \left[- \int_0^z (2\gamma_0 - \lambda) \frac{dz'}{v_{rp}} \right] dz, \end{aligned} \quad (4.15)$$

$$\begin{aligned} c_1 &= 2 \exp \left[- \int_0^{l/2} (2\gamma_0 - \lambda) \frac{dz}{v_{rp}} \right] \int_0^{l/2} \varepsilon_0^- q_2 \exp \left[\int_0^z (2\gamma_0 - \right. \\ &\left. - \lambda) \frac{dz'}{v_{rp}} \right] \frac{dz}{v_{rp}} + 2R \exp \left[\int_0^{l/2} (2\gamma_0 - \lambda) \frac{dz}{v_{rp}} \right] \int_0^{l/2} \varepsilon_0^+ q_2 \times \\ &\times \exp \left[- \int_0^z (2\gamma_0 - \lambda) \frac{dz'}{v_{rp}} \right] \frac{dz}{v_{rp}} - \\ &- 2 \Phi \varepsilon_0^+ \left(z = - \frac{l}{2} \right) \int_{-l/2}^{l/2} \left\{ \int_0^z q_1(z) q_2(z') \varepsilon_0^-(z') \times \right. \\ &\left. \times \exp \left[\int_z^z (2\gamma_0 - \lambda) \frac{dz''}{v_{rp}} \right] \frac{dz'}{v_{rp}} \right\} dz, \end{aligned}$$

где коэффициенты $a_{2,3}$ и c_2 будут определены ниже. При получении соотношений (4.14) и (4.15) учтено, что в силу симметрии задачи относительно середины магнитной ловушки $z=0$ выполняется равенство $\epsilon_0^+ = \epsilon_0^-$, а $\gamma_0(z)$ и $\gamma_{1,2}(z)$ — четные функции z . Характеристическое уравнение, определяющее нетривиальные решения системы (4.14), можно представить в виде произведения

$$(a_1 - b_1) [(a_1 + b_1)c_2 - (a_2 + a_3)c_1] = 0. \quad (4.16)$$

В соответствии с характеристическим уравнением (4.16) тонкая структура излучения АМ описывается двумя независимыми модами, причем в одну из них (антисимметричную моду с $a_1 = b_1$) вариация функции распределения не входит. Проанализируем собственные значения этой моды более детально. Учитывая соотношения (4.7) и (4.15), получаем

$$\operatorname{ch}\left(\frac{\lambda T_{\text{гр}}}{4}\right) = \frac{1}{2} \Phi \epsilon_{0L} \int_{-l/2}^{+l/2} q_1 \exp\left(\frac{\lambda z}{v_{\text{гр}}} - 2 \int_0^z \frac{\gamma_0}{v_{\text{гр}}} dz'\right) dz, \quad (4.17)$$

где $T_{\text{гр}} = 2l/v_{\text{гр}}$, причем $\Gamma_0 = 2 \int_0^{l/2} (\gamma_0/v_{\text{гр}}) dz$.

Сравнивая выражения для $\gamma_0(z)$ и $q_1(z)$, нетрудно проверить, что их зависимость от координаты z определяется одной и той же функцией, которую для простоты можно аппроксимировать прямоугольником с характерной полушириной $\Delta z = \xi l$. Величина ξ зависит от энергетического спектра функции распределения, концентрации фоновой плазмы и может меняться в довольно широких пределах $0 < \xi < 1/2$. В этом приближении характеристическое уравнение (4.17) преобразуется к виду:

$$\operatorname{ch}\left(\frac{\lambda T_{\text{гр}}}{4}\right) = \frac{\delta \lambda \operatorname{sh} \frac{T_{\text{гр}}}{2} (\lambda \xi - \nu)}{T_{\text{гр}}^2 (\lambda + T_{\text{I}}^{-1}) (\lambda \xi - \nu) (\lambda + T_{\text{I}}^{-1})}. \quad (4.18)$$

Здесь $\delta = 2\xi T_{\text{гр}} \epsilon_{0L} \chi q_{1L} \left(\frac{\partial R}{\partial n_{\text{I}}}\right)_0$, $\nu = 2\Gamma_0/T_{\text{гр}}$.

При произвольном соотношении параметров анализ характеристического уравнения (4.18) довольно сложен. Задача упрощается тем обстоятельством, что в реальных условиях параметр δ , как правило, мал ($\delta \ll 1$). Имея это в виду, рассмотрим ниже отдельно два предельных случая, когда $T_{\text{гр}}|\lambda \xi - \nu| \ll 1$ и $T_{\text{гр}}|\lambda \xi - \nu| \gtrsim 1$. Первый из них отвечает узкой по сравнению с длиной резонатора области взаимодействия, сосредоточенной в окрестности центрального сечения магнитной ловушки, а второй соответствует широкой области взаимодействия, практи-

чески занимающей всю длину ловушки. В первом случае решение имеет следующий вид:

$$\Omega = \text{Im } \lambda = (2n+1)\Omega_{\text{гр}},$$

$$\frac{\gamma}{\Omega} = \frac{\text{Re } \lambda}{\Omega} = (-1)^n (4/\pi)^2 \delta \Omega_{\text{гр}}^2 \frac{(T_l T_I)^{-1} - \Omega^2}{2(\Omega^2 + T_l^{-2})(\Omega^2 + T_I^{-2})}, \quad (4.19)$$

где $\Omega_{\text{гр}} = 2\pi/T_{\text{гр}}$, $n=0, 1, 2 \dots$. Отсюда следует, что неустойчивость стационарной циклотронной генерации возможна при любом знаке параметра δ , причем максимальный инкремент достигается при минимальном собственном числе $n=0$.

При широкой области взаимодействия, когда

$$\frac{\xi}{2} |\lambda| T_{\text{гр}} \sim 1 \gg \Gamma_0,$$

$$\begin{aligned} \gamma &= \text{Re } \lambda = \\ &= (-1)^n \frac{(4/\pi)^3 \Omega_{\text{гр}}^3 \delta [(T_l T_I)^{-1} - \Omega^2]}{2 \xi (\Omega^2 + T_l^{-2})(\Omega^2 + T_I^{-2})} \sin 2\pi \xi \left(n + \frac{1}{2} \right) \end{aligned} \quad (4.20)$$

и критерий устойчивости зависит от знака параметра δ . В частности, при $\xi \approx 1/2$ для неустойчивости ($\text{Re } \lambda > 0$) необходимо, чтобы $\delta < 0$. В последнем случае, используя соотношение (4.7а) и неравенство $T_{\text{гр}}/T_l < 2\pi$, формулу (4.20) можно упростить:

$$\Omega = (2n+1)\Omega_{\text{гр}}, \quad (4.21а)$$

$$\gamma = - (4/\pi)^3 \delta \Omega_{\text{гр}}^3 (\Omega^2 + T_I^{-2}), \quad (4.21б)$$

где $\delta = 2 T_{\text{гр}} \chi \frac{\partial R}{\partial n_I} S_0$, $S_0 = \pi \sigma \int_0^\infty \int_{\kappa_l}^{\kappa_m} T_b J \kappa v^3 d \kappa d v$ — плот-

ность потока высыпающихся на торцы частиц, соответствующая стационарному состоянию (4.7).

Исследуем теперь устойчивость симметричного относительно центрального сечения магнитной ловушки возмущения, которое описывается характеристическим уравнением

$$(a_1 + b_1) c_2 = (a_2 + a_3) c_1. \quad (4.22)$$

Найдем коэффициенты $a_{2,3}$ и c_2 . Ограничиваясь случаем, когда взаимодействие энергичных частиц с волнами происходит вблизи центрального сечения магнитной ловушки ($\xi |\lambda| T_{\text{гр}} \ll 1$), запишем уравнение (4.8а) в более простой форме

$$F_\lambda = (\lambda + T_l^{-1})^{-1} (\varepsilon_{\lambda L}^+ + \varepsilon_{\lambda L}^-) \frac{\partial}{\partial \kappa} \left(\int_{-l/2}^{+l/2} \frac{D}{8\pi a \kappa} dz \frac{\partial F_0}{\partial \kappa} \right). \quad (4.23)$$

Учитывая далее, что при высокой добротности резонатора ($R \sim 1$) плотности энергии $\varepsilon_0^+ \simeq \varepsilon_0^- \simeq \varepsilon_0$, где ε_0 слабо зависит

от z , и составляя с помощью (4.8в) и (4.23) выражение для инкремента γ_λ , получаем

$$a_2 \simeq a_3 \simeq \int_{-1/2}^{+1/2} \int_{\kappa_c}^{\kappa_m} K_0 \left(v \frac{\partial J}{\partial \kappa} \right) \Big|_{v=v_{\text{рез}}} d\kappa dz, \quad (4.24a)$$

$$c_2 = 4(\lambda + T_I^{-1}) \varepsilon_{0L} \int_{-1/2}^{+1/2} q_2(z) dz. \quad (4.24б)$$

В выражениях (4.24а) использовалось приближенное равенство, вытекающее из соотношения (4.7а)

$$\frac{\partial}{\partial \kappa} \left(\int_{-1/2}^{+1/2} \frac{D}{4\pi a \kappa} dz \frac{\partial F_0}{\partial \kappa} \right) \simeq \frac{J}{\varepsilon_{0L}}. \quad (4.25)$$

Если ограничиться источниками частиц с монотонной угловой зависимостью, то для реализации неустойчивости необходимо выполнение неравенства $\partial J / \partial \kappa > 0$ и коэффициенты a_2 и a_3 должны быть больше нуля*. Вычисляя коэффициенты уравнения (4.22) по формулам (4.15) и (4.24), получаем следующее характеристическое уравнение:

$$\begin{aligned} & (\lambda + T_I^{-1}) \operatorname{sh} \left(\frac{\lambda T_{\text{ГР}}}{4} \right) + \frac{2\nu_{0L}}{(2\nu_{0L} - \lambda) T_I} \left[\operatorname{sh} T_{\text{ГР}} \left(\frac{\lambda}{4} + \right. \right. \\ & \left. \left. + \nu_{0L} \zeta - \frac{\lambda \zeta}{2} \right) - \operatorname{sh} \left(\frac{\lambda T_{\text{ГР}}}{4} \right) \right] = \\ & = \frac{\lambda \zeta l \varepsilon_0 q_{1L} \left(\frac{\partial R}{\partial n_I} \right)_0 \nu_{0L} T_{\text{ГР}}}{(\lambda + T_I^{-1}) (\lambda + T_I^{-1}) (2\nu_{0L} - \lambda) T_I} \left\{ \frac{\operatorname{sh} \frac{\zeta T_{\text{ГР}}}{2} (\lambda - 2\nu_{0L})}{\zeta T_{\text{ГР}} (\lambda - 2\nu_{0L})} - \right. \\ & \left. - \frac{2T_I}{\zeta \nu_{0L} T_{\text{ГР}}^2} (\lambda + T_I^{-1}) \operatorname{sh} \frac{\zeta T_{\text{ГР}}}{2} (\lambda - 2\nu_{0L}) - \frac{1}{2} \right\}. \quad (4.26) \end{aligned}$$

Для нулевой моды ($|\lambda| T_{\text{ГР}} / 4 \ll 1$), соответствующей рассмотренному в разд. 3 адиабатическому приближению, уравнение (4.26) существенно упрощается и сводится к следующему виду:

$$\lambda(\lambda + T_I^{-1}) + \Omega_j^2 - \frac{2\lambda \delta}{(\lambda + T_I^{-1}) T_{\text{ГР}}^2} = 0, \quad (4.27)$$

где $\Omega_j^2 = \Gamma_0 / T_{\text{ГР}} T_I$. Решение уравнения (4.27) при $\max\{16|\delta| T_{\text{ГР}}^{-2}, T_I^{-2}\} \ll \Omega_j^2$ можно представить в форме

* Для источников частиц более общего вида ситуация меняется, и возможны случаи, когда $a_{2,3} < 0$. Такая возможность рассматривалась в разд. 3 и встретится в следующем разделе.

$$\Omega = \text{Im } \lambda = \pm \Omega_J,$$

$$\gamma = \text{Re } \lambda = \frac{\delta T_I T_{\text{гp}}^{-2}}{1 + (\Omega_J T_I)^2} - \frac{1}{2T_I}, \quad (4.28)$$

совпадающей с выражениями (3.117), полученными в разд. 3.8 в адиабатическом приближении. При $\delta > 0$ и $\gamma > 0$ АМ переходит в пиковый режим генерации, соответствующий возбужденную осцилляторов огибающей.

Рассмотрим теперь случай, когда $|\lambda| T_{\text{гp}}/4 \sim 1$, а параметры $T_{\text{гp}}/4T_I$, $T_{\text{гp}}/4T_I$ и δ по сравнению с единицей малы, что отвечает, например, условиям в радиационных поясах Земли. В этом приближении из характеристического уравнения (4.26) получаем

$$(\lambda + T_I^{-1}) \text{sh} \left(\frac{\lambda T_{\text{гp}}}{4} \right) = \frac{\lambda \delta}{2(\lambda + T_I^{-1}) T_{\text{гp}}} \frac{\text{sh} \left(\frac{\zeta \lambda T_{\text{гp}}}{2} - \Gamma_c \right)}{\left(\frac{\zeta \lambda T_{\text{гp}}}{2} - \Gamma_0 \right)}. \quad (4.29)$$

Решение этого уравнения в первом приближении по указанным выше параметрам является чисто мнимым.

Остановимся кратко на особенностях АМ с антисимметричными зеркалами. Здесь $\Phi_1 = -\Phi_2 = \Phi$ и эта возможность пояснена на рис. 4.2. Систему уравнений для характеристик малых возмущений, аналогичную (4.27), в данном случае можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned} a_1 \varepsilon_{\lambda L}^+ + (b_0 + b_1 \Phi) \varepsilon_{\lambda L}^- + (c_0 - c_1 \Phi) \gamma_{\lambda L} &= 0, \\ (b_0 - b_1 \Phi) \varepsilon_{\lambda L}^+ + a_1 \varepsilon_{\lambda L}^- + (c_0 + c_1 \Phi) \gamma_{\lambda L} &= 0, \\ a_2 \varepsilon_{\lambda L}^+ + a_2 \varepsilon_{\lambda L}^- + c_2 \gamma_{\lambda L} &= 0, \end{aligned} \quad (4.30)$$

где коэффициенты определяются выражениями (4.15). Согласно системе (4.30) симметричная и антисимметричная моды возмущений (в отличие от предыдущего случая) точно не разделяются, а уравнение для собственных значений λ , как обычно, соответствует условию существования нетривиального решения

$$(a_1 - b_0) [(a_1 + b_0) c_2 - (a_2 + a_3) c_0] + b_1 [b_1 c_2 + (a_2 + a_3) c_1] \Phi^2 = 0. \quad (4.31)$$

Заметим, что

$$a_1 \mp b_0 \approx \left[\exp \left(\frac{\lambda T_{\text{гp}}}{4} \right) \pm \exp \left(-\frac{\lambda T_{\text{гp}}}{4} \right) \right] \exp(-\Gamma_0),$$

где $\Gamma_0 = 2 \int_0^{l/2} (\gamma_0/v_{\text{гp}}) dz$. В наиболее интересном для приложений случае малого изменения амплитуд волн за период группового пробега по резонатору, когда выполнено неравенство

$|\Gamma_0| \ll 1$, уравнение (4.31) можно решать методом возмущений. Тогда в нулевом приближении имеют две независимые чисто колебательные моды, отвечающие уравнениям $\exp\left(\frac{\lambda T_{\text{гр}}}{4}\right) \pm \pm \exp\left(-\frac{\lambda T_{\text{гр}}}{4}\right) = 0$,

$$\lambda_1 = (2n+1)\Omega_{\text{гр}} i, \quad \lambda_2 = 2n\Omega_{\text{гр}} i, \quad (4.32)$$

где $n=0, 1, 2, \dots$. В следующем приближении для антисимметричной моды λ_1 получаем

$$\gamma_1 = \text{Re } \lambda_1 = \frac{(b_1 \Phi)^2}{T_{\text{гр}}} (\Omega_1^2 - T_I^{-2}) (\Omega_1^2 + T_I^{-2})^2, \quad (4.33)$$

где $\Omega_1 = (2n+1)\Omega_{\text{гр}}$.

Обобщение приведенных результатов на случай произвольного соотношения между свойствами сопряженных зеркал дано в работе [137]. Там показано, что выражения (4.21) с некоторой модификацией хорошо описывают начальную стадию развития пичкового режима АМ практически при любых Φ_1 и Φ_2 (см. (4.11в)), за исключением малой области почти антисимметричных зеркал, когда $|\Phi_1 + \Phi_2| (|\Phi_1| + |\Phi_2|)^{-1} \ll 1$.

Принимая во внимание равенство (см. (4.6) и (4.8г))

$$\chi S_0 = n_{IS}/T_I, \quad (4.34)$$

в котором n_{IS} — концентрация электронов на торцах, обусловленная потоком высыпавшихся энергичных частиц при стационарной генерации АМ, преобразуем результат (4.21) к виду, более удобному для оценок

$$\gamma_{\text{max}} = \frac{16 T_I n_{IS}}{(2\pi T_I)^2 + T_{\text{гр}}^2} \left| \frac{\partial R}{\partial n_I} \right|. \quad (4.35)$$

Поэтому максимальный эффект следует ожидать при $T_{\text{гр}}/T_I \sim \sim 2\pi$ для не очень малых значений произведения $n_{IS} |\partial R / \partial n_I|$.

Проведенный выше анализ ограничен приближением бесконечно узкого спектра стационарного излучения АМ. Из-за этого найденные элементы тонкой структуры излучения также имеют фиксированную частоту генерации. Если, однако, учесть конечную ширину спектра стационарного излучения, то можно объяснить закономерности формирования более сложных периодических во времени динамических спектров. Характеристики этих спектров определяются частотной дисперсией периода группового распространения сигналов, а также возникающей при отражении волнового пакета от зеркала нелинейной задержкой. Более подробно этот вопрос проанализирован в работе [136].

Ниже (см. разд. 5.5) на основе полученных в данном раз-

деле результатов будет рассмотрена возможность интерпретации динамических спектров и других морфологических характеристик важного класса геомагнитных пульсаций типа Рс-1.

4.4. АВТОМОДУЛЯЦИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ АЛЬФВЕНОВСКОГО МАЗЕРА НА БАУНС-РЕЗОНАНСЕ

При не очень больших амплитудах электромагнитных волн, когда нелинейные эффекты типа самовоздействия или самофокусировки не успевают сказаться на одном периоде осцилляций частиц между магнитными пробками, баунс-период является минимальным временным масштабом тонкой структуры излучения АМ. Ясно, что при любом типе взаимодействия энергичных частиц с волнами в АМ могут реализоваться оптимальные кинематические условия пространственно-временной синхронизации колебаний частиц и волн между точками отражения, когда в системе накапливаются возмущения с частотой этих колебаний. Очевидное условие такой синхронизации — это кратность частоты баунс-осцилляций частиц частоте групповых осцилляций волновых пакетов в резонаторе

$$m \Omega_b = n \Omega_{гр}, \quad (4.36)$$

где $T_b = 2\pi/\Omega_b$ — период баунс-осцилляций, $T_{гр} = 2\pi/\Omega_{гр}$ — период осцилляций волнового пакета, m и n — целые числа. Поскольку величина Ω_b зависит от скорости иpitch-угла частицы, а $\Omega_{гр}$ — от частоты волны, то в общем случае эффект синхронизации на двойном резонансе (4.36) будет замываться обычно существующим разбросом частиц по скоростям и дисперсией времени группового распространения (уже упоминавшийся в разд. 4.1 эффект неизохронности осцилляторов). Поэтому на первый план здесь выступает анализ процесса нелинейной синхронизации, когда в игру вступает конкуренция мод или, другими словами, самоорганизация системы. Такой анализ в настоящее время отсутствует.

Однако в реальных условиях возможна внешняя синхронизация, например группировка частиц по баунс-частотам под действием внешнего излучения или благодаря специфике ускорительных механизмов. В радиационных поясах Земли такой внешней причиной может служить достаточно интенсивный свистящий атмосферик — квазимонохроматический волновой пакет, возбуждаемый молниевыми разрядами, или эффекты рассортировки по баунс-частотам в процессе азимутального дрейфа частиц в неоднородном геомагнитном поле от импульсного во времени и локального в пространстве источника [25, 138].

Именно такой случай, когда источник поставляет частицы с малым разбросом по баунс-частотам, и будет проанализиро-

ван ниже. Опираясь на систему квазилинейных уравнений (4.1), рассмотрим условия возникновения автомодуляции излучения АМ на баунс-резонансе (более схематично это сделано в работе [139]). Чтобы упростить математические выкладки и прояснить физическую картину, в данном разделе не будет учитываться нелинейность зеркал и предполагается, что $R_1=R_2=$
 $=R=\text{const}$.

Стационарное состояние системы (4.1) определяется уравнениями

$$\pm v \sqrt{1-\mu} \frac{B}{B_L} \frac{\partial f_0^\pm}{\partial z} = \sqrt{1-\mu} \frac{B}{B_L} \frac{\partial}{\partial \mu} \left(D^\pm \frac{\partial f_0^\pm}{\partial \mu} \right) + j, \quad (4.37)$$

$$\pm v_{\text{гр}} \frac{\partial \varepsilon_{\kappa 0}^\pm}{\partial z} = 2 \gamma_0^\pm \varepsilon_{\kappa 0}^\pm + \alpha.$$

В случае малой мощности источника частиц стационарная функция распределения f_0 слабо зависит от z и при $\alpha \rightarrow 0$ может быть найдена из системы (4.7), в которой $F = T_b^{-1} \oint (f/v_{||}) dz$,
 $J = T_b^{-1} \oint (j/v_{||}) dz$.

Линеаризуя систему квазилинейных уравнений (4.1) вблизи состояния равновесия (4.37) и используя преобразование Лапласа по времени, получаем

$$\lambda f_\lambda^\pm \pm v \sqrt{1-\mu} \frac{B}{B_L} \frac{\partial f_\lambda^\pm}{\partial z} + T_l^{-1} f_\lambda^\pm =$$

$$= \sqrt{1-\mu} \frac{B}{B_L} \frac{\partial}{\partial \mu} \left(D_\lambda^\pm \frac{\partial f_0}{\partial \mu} \right), \quad (4.38a)$$

$$\lambda \varepsilon_{\kappa \lambda}^\pm \pm v_{\text{гр}} \frac{\partial \varepsilon_{\kappa \lambda}^\pm}{\partial z} = 2 \gamma_0^\pm \varepsilon_{\kappa \lambda}^\pm + 2 \gamma_\lambda^\pm \varepsilon_{\kappa 0}^\pm, \quad (4.38б)$$

где в явном виде выделены частицы и волновые пакеты, движущиеся в $+z$ - и $-z$ -направлениях, диффузионный оператор $\sqrt{1-\mu} \frac{B}{B_L} \frac{\partial}{\partial \mu} \left(D_0^\pm \frac{\partial f_\lambda^\pm}{\partial \mu} \right)$ заменен его простейшей аппроксимацией — $T_l^{-1} f_\lambda^\pm$ (см. (4.9)), а граничные условия имеют следующий вид:

$$f_\lambda^+(z = -z_{\text{max}}) = f_\lambda^-(z = -z_{\text{max}}), \quad f_\lambda^-(z = z_{\text{max}}) = f_\lambda^+(z = z_{\text{max}}), \quad (4.39)$$

$$\varepsilon_{\kappa \lambda}^+(z = -l/2) = R \varepsilon_{\kappa \lambda}^-(z = -l/2), \quad \varepsilon_{\kappa \lambda}^-(z = l/2) = R \varepsilon_{\kappa \lambda}^+(z = l/2).$$

Таким образом, задача свелась к нахождению собственных значений λ , отвечающих краевой задаче (4.38) с граничными усло-

виями (4.39). Комплексные собственные значения с $\text{Re} \lambda$ будут соответствовать переходу АМ в режим с автомодуляцией на баунс-резонансе.

Запишем решения системы (4.38), принимая во внимание граничные условия (4.39)

$$\begin{aligned}
 f_{\lambda}^{\pm} = & \pm \int_{\pm z_{\max}}^z I^{\pm} \exp \left[\mp \int_{z'}^z (\lambda + T_l^{-1}) \frac{dz''}{v_{\parallel}} \right] \frac{dz'}{v} + \\
 & + \Delta_b^{-1} \exp \left[\mp \int_{\mp z_{\max}}^z (\lambda + T_l^{-1}) \frac{dz'}{v} \right] \times \\
 & \times \left\{ \int_{-z_{\max}}^{+z_{\max}} I^{-} \exp \left[- \int_{\mp z_{\max}}^{z'} (\lambda + T_l^{-1}) \frac{dz''}{v_{\parallel}} \right] \frac{dz'}{v} + \right. \\
 & \left. + \int_{-z_{\max}}^{z_{\max}} I^{+} \exp \left[\int_{\mp z_{\max}}^{z'} (\lambda + T_l^{-1}) \frac{dz''}{v_{\parallel}} \right] \frac{dz'}{v} \right\}. \quad (4.40)
 \end{aligned}$$

Здесь $I^{\pm} = \frac{\partial}{\partial \mu} \left(D_{\lambda}^{\pm} \frac{\partial f_0}{\partial \mu} \right)$; $v_{\parallel} = v \sqrt{1 - \mu \frac{B}{B_L}}$.

$\Delta_b = 1 - \exp \left[- \frac{1}{2} (\lambda + T_l^{-1}) T_b \right]$; z_{\max} — положительный ко-

рень уравнения $1 - \mu \frac{B(z)}{B_L} = 0$. В свою очередь,

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_{\kappa \lambda}^{\pm} = & \pm 2 \int_{\pm l/2}^z \varepsilon_{\kappa 0} \gamma_{\lambda}^{\pm} \exp \left[\mp \int_{z'}^z (\lambda - 2 \gamma_0) \frac{dz''}{v_{\text{гp}}} \right] \frac{dz'}{v_{\text{гp}}} + \\
 & + 2 \Delta_{\text{гp}}^{-1} \exp \left[\mp \int_{\mp l/2}^z (\lambda - 2 \gamma_0) \frac{dz'}{v_{\text{гp}}} \right] \times \\
 & \times \left\{ \int_{-l/2}^{+l/2} \varepsilon_{\kappa 0} \gamma_{\lambda}^{-} \exp \left[- \int_{\mp l/2}^{z'} (\lambda - 2 \gamma_0) \frac{dz''}{v_{\text{гp}}} \right] \frac{dz'}{v_{\text{гp}}} + \right. \\
 & \left. + \int_{-l/2}^{+l/2} \varepsilon_{\kappa 0} \gamma_{\lambda}^{+} \exp \left[\int_{\mp l/2}^{z'} (\lambda - 2 \gamma_0) \frac{dz''}{v_{\text{гp}}} \right] \frac{dz'}{v_{\text{гp}}} \right\}, \quad (4.41)
 \end{aligned}$$

где $\Delta_{\text{гр}} = 1 - \exp(-\lambda T_{\text{гр}}/2)$, $\gamma_{\lambda}^{\pm} = \int_0^{\mu_m} \int_{\mu_c} K \frac{\partial f_{\lambda}^{\pm}}{\partial \mu} d\mu dv$.

Используя уравнение (4.7а), представим выражение для I^{\pm} в виде суммы (для магнитного поля использована параболическая аппроксимация (1.41))

$$I^{\pm} = -\frac{J D_{\lambda}^{\pm}}{2\kappa Q} + \frac{1}{4\kappa} \left(\int_{\kappa}^{\kappa_m} J d\kappa' \right) \frac{\partial}{\partial \kappa} \left(\frac{D_{\lambda}^{\pm}}{Q} \right), \quad (4.42)$$

где $Q = \int_0^{\infty} \epsilon_{\kappa 0} D_0 l_{\text{эф}} d\kappa$, $\kappa = \mu^{1/2}$.

Допустим, что мощность источника частиц характеризуется малым разбросом по величине T_b . При этом два слагаемых в формуле (4.42) определяют соответственно дискретную и непрерывную части спектра собственных значений λ . Тонкой структуре излучения АМ соответствует, по-видимому, дискретный спектр, т. е. первый член в формуле (4.42). В соответствии с этим в соотношениях (4.40) и (4.41) в правых частях опустим первые члены, оставив лишь резонансные, пропорциональные $\Delta_{b,\text{гр}}^{-1}$. В таком приближении получаем

$$f_{\lambda}^{\pm} = f_{\lambda L}^{\pm} \exp \left[\mp \int_0^z (\lambda + T_l^{-1}) \frac{dz'}{v_{\parallel}} \right]; \quad (4.43)$$

$$\epsilon_{\kappa \lambda}^{\pm} = \epsilon_{\kappa \lambda L}^{\pm} \exp \left[\mp \int_0^z (\lambda - 2\gamma_0) \frac{dz'}{v_{\text{гр}}} \right],$$

где индекс L отвечает величинам в центральном сечении магнитной ловушки. Для дальнейшего анализа удобно ввести новые переменные $\tilde{f}^{\pm} = f_{\lambda L}^{\pm} \pm f_{\lambda L}^{\mp}$ и $\tilde{\epsilon}^{\pm} = \epsilon_{\kappa \lambda L}^{\pm} \pm \epsilon_{\kappa \lambda L}^{\mp}$, отвечающие пространственно симметричным (+) и антисимметричным (-) возмущениям функции распределения и интенсивности волн. В этих переменных

$$\begin{aligned} \tilde{f}^{\pm} = & (\Delta_b^{\pm})^{-1} \int_{-z_{\text{max}}}^{+z_{\text{max}}} \left\{ I^{\pm} \exp \left[\int_0^{z'} (\lambda + T_l^{-1}) \frac{dz''}{v_{\parallel}} \right] \pm \right. \\ & \left. \pm I^{-} \exp \left[- \int_0^{z'} (\lambda + T_l^{-1}) \frac{dz''}{v_{\parallel}} \right] \right\} \frac{dz'}{v}; \end{aligned} \quad (4.44a)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\varepsilon}^{\pm} = & 2(\Delta_{\text{гп}}^{\pm})^{-1} \int_{-i/2}^{i/2} \varepsilon_{\kappa 0} \left\{ \gamma_{\lambda}^{\pm} \exp \left[\int_0^{z'} (\lambda - 2\gamma_0) \frac{dz''}{v_{\text{гп}}} \right] \pm \right. \\ & \left. \pm \gamma_{\lambda}^{\mp} \exp \left[- \int_0^{z'} (\lambda - 2\gamma_0) \frac{dz''}{v_{\text{гп}}} \right] \right\} \frac{dz'}{v_{\text{гп}}}. \end{aligned} \quad (4.446)$$

Здесь $\Delta_b^{\pm} = 1 \mp \exp[-(\lambda + T_l^{-1})T_b/2]$, $\Delta_{\text{гп}}^{\pm} = 1 \mp \exp(-\lambda T_{\text{гп}}/2)$.

Оставляя в правой части формулы (4.42) лишь первый член и подставляя его в (4.44а), получаем

$$\tilde{f}^{\pm} = (\mp \Delta_b)^{-1} J T_b \int_0^{\infty} \frac{D_0}{2Q} l_{\text{эф}} (\tilde{\varepsilon}^{\pm} \text{ch } \psi - \tilde{\varepsilon}^{\mp} \text{sh } \psi) d\kappa. \quad (4.45)$$

В свою очередь, принимая во внимание выражение для инкремента (4.8в), преобразуем выражение (4.44б) к следующему виду:

$$\begin{aligned} \Delta_{\text{гп}}^{\pm} \tilde{\varepsilon}^{\pm} = & \pm 2 \int_{-i/2}^{+i/2} \int_0^{\infty} \int_{z_c}^{z_m} K \frac{\varepsilon_{\kappa 0}}{v_{\text{гп}}} \left(\frac{\partial \tilde{f}^{\pm}}{\partial \kappa} \text{ch } \psi + \right. \\ & \left. + \tilde{f}^{\pm} \frac{\partial \psi}{\partial \kappa} \text{sh } \psi \right) d\kappa dv dz, \end{aligned} \quad (4.46)$$

$$\text{где } \psi = \varphi + \int_0^z (\lambda - 2\gamma_0) \frac{dz'}{v_{\text{гп}}}, \quad \varphi = \int_0^z (\lambda + T_l^{-1}) \frac{dz}{v_1}.$$

Соотношения (4.45) и (4.46) позволяют записать уравнение для определения собственных значений λ . В качестве иллюстрации рассмотрим случай, когда взаимодействие волн и частиц происходит в основном в центральном сечении магнитной ловушки и можно положить $\psi \ll 1$, $\text{ch } \psi \sim 1$, $\text{sh } \psi \sim 0$. С учетом этой аппроксимации после подстановки выражения (4.46) в (4.45) находим

$$\begin{aligned} \Delta_{\text{гп}}^{\pm} \tilde{\varepsilon}^{\pm} = & - \frac{2}{v_{\text{гп}}} \int_0^{\infty} \int_{z_c}^{z_m} K_0 \varepsilon_{\kappa 0}(z_{\text{рез}}) l_{\text{эф}} \frac{\partial}{\partial \kappa} \times \\ & \times \left[\frac{J T_b}{\Delta_b^{\pm} Q} \int_0^{\infty} D_0 \tilde{\varepsilon}^{\pm} l_{\text{эф}} d\kappa' \right] d\kappa dv. \end{aligned} \quad (4.47)$$

Здесь $l_{\text{эф}} = \left| \frac{1}{\omega_B} \frac{\partial}{\partial z} (\omega_B + \kappa v_{\parallel}) \right|^{-1}$. Для параболической

магнитной ловушки (1.41) $l_{\text{эф}}^{-1} = a^{-1} \sqrt{(1-\mu) \left(\frac{\kappa v}{\omega_{BL}} \right)^2 - 1}$. (см. (3.103)).

В соответствии с исходными предположениями о малом

разбросе по T_b ограничимся рассмотрением мощности источника частиц с малой дисперсией по κ и ν .

$$J = \frac{J_0}{4\pi v_0^2} \delta(\kappa - \kappa_0). \quad (4.48)$$

Тогда, интегрируя в правой части равенства (4.47) по частям, получаем уравнение

$$\Delta_b^\pm \Delta_{\text{гр}}^\pm \tilde{\varepsilon}^\pm = \frac{\pi^2 e^2 J_0 T_b v_0}{m c^2 \omega_{BL} Q} \int_0^\infty \times \\ \times \left[D_0 \tilde{\varepsilon}^\pm l_{\text{эф}} \frac{\partial}{\partial \kappa} (\kappa^2 \varepsilon_{\kappa 0} l_{\text{эф}}) \right] \Big|_{\kappa=\kappa_0} d\kappa. \quad (4.49)$$

Это уравнение определяет зависимость $\tilde{\varepsilon}^\pm$ от κ

$$\tilde{\varepsilon}^\pm \propto \frac{1}{\Delta_{\text{гр}}^\pm} \left[\frac{\partial}{\partial \kappa} (\kappa^2 \varepsilon_{\kappa 0} l_{\text{эф}}) \right] \Big|_{\kappa=\kappa_0}; \quad (4.50)$$

причем $\frac{\partial}{\partial \kappa} (\kappa^2 l_{\text{эф}}) > 0$. Подставляя результат (4.50) в (4.49),

получаем характеристическое уравнение для определения λ

$$\frac{\pi^2 e^2 J_0 T_b v_0}{m c^2 \omega_{BL} \Delta_b^\pm Q} \int_0^\infty \frac{l_{\text{эф}} D_0}{\Delta_{\text{гр}}^\pm} \left[\frac{\partial}{\partial \kappa} (\kappa^2 \varepsilon_{\kappa 0} l_{\text{эф}}) \right] \Big|_{\kappa=\kappa_0} d\kappa = 1. \quad (4.51)$$

Если спектр стационарного излучения узкий $\varepsilon_{\kappa 0} = \varepsilon_0 \delta(\kappa - \kappa_0)$, то после выполнения интегрирования по κ при $|\Gamma_0| \ll 1$ уравнение (4.51) преобразуется к виду

$$\Delta_b^\pm \Delta_{\text{гр}}^\pm = \frac{1}{4} T_b T_{\text{гр}} \tilde{\Omega}_J^2, \\ \tilde{\Omega}_J^2 = \frac{\pi J_0}{l_{pL}} \left[\kappa v_0 \frac{\partial}{\partial \kappa} (\kappa^2 l_{\text{эф}}) \right] \Big|_{\kappa=\kappa_0}. \quad (4.52)$$

Полагая здесь $\lambda = i\Omega + \gamma$, находим, что при выполнении неравенства $(T_b T_{\text{гр}} \tilde{\Omega}_J^2 / 4) \ll 1$ реализуется условие $|\gamma| \ll \Omega$, и автомодуляция возникает лишь при синхронизации баунс-осцилляций частиц и осцилляции волнового пакета между зеркалами, когда имеет место двойной резонанс:

$$\Omega = m \Omega_b = n \Omega_{\text{гр}}, \quad (4.53)$$

где m и n — целые числа. Вблизи резонанса (4.53) уравнение (4.52) можно записать следующим образом:

$$(\gamma + T_l^{-1}) (\gamma + i\Delta) = \tilde{\Omega}_J^2, \quad (4.54)$$

где $\Delta = m \Omega_b - n \Omega_{\text{гр}}$. Например, если $T_l \rightarrow \infty$, то модуляционная неустойчивость имеет место при $\Delta < 2 \tilde{\Omega}_J$, а максимальный инкремент такой модуляционной неустойчивости равен

$$\gamma_{\text{max}} \simeq \tilde{\Omega}_J. \quad (4.55)$$

В случае широкополосного спектра стационарного излучения, когда ε_{k_0} отлично от нуля в конечной полосе частот ($\Delta\Omega_{гр} \gg \gamma$), резонансные множители Δ_b^\pm и $\Delta_{гр}^\pm$ удобно представить в виде ряда. Например, для антисимметричной моды

$$\left[1 + \exp\left(-\frac{\lambda T_{b,гр}}{2}\right) \right]^{-1} = \frac{2}{\pi} \exp\left(-\frac{\lambda T_{b,гр}}{4}\right) \times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)(-1)^{n+1}}{(2n-1)^2 + \left(\frac{\lambda T_{b,гр}}{2\pi}\right)^2}, \quad (4.56)$$

где $T_{b,гр} = T_b$ (либо $T_{гр}$). При $(T_b T_{гр} \tilde{\Omega}_J^2/4) \ll 1$ неустойчивость по-прежнему имеет место вблизи резонансов $\Omega T_{b,гр} = 2\pi(2n-1)$, в окрестности которых

$$\left[1 + \exp\left(-\frac{\lambda T_{b,гр}}{2}\right) \right]^{-1} \approx \frac{i}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \left(2n-1 + i \frac{\lambda T_{b,гр}}{2\pi} \right)^{-1} \quad (4.57)$$

уравнение (4.56) можно переписать следующим образом:

$$\sum_{m, n=1}^{\infty} \int_0^{\infty} \Phi_{\kappa} \{ [(2m-1)\Omega_b + i\lambda + iT_l^{-1}] \times \times [(2n-1)\Omega_{гр}(\kappa) + i\lambda] \}^{-1} d\kappa = -1, \quad (4.58)$$

где $\Phi_{\kappa} = D_0 \varepsilon_{k_0} l_{эф} Q^{-1} \tilde{\Omega}_J^2$; $\tilde{\Omega}_J^2 = \frac{\pi J_0}{l n_{pL}} \left[\kappa v_0 \frac{\partial}{\partial \kappa} (\kappa^2 l_{эф}) \right] \Big|_{\kappa=\kappa_0}$.

Как и раньше, при $(T_b T_{гр} \tilde{\Omega}_J^2/4) \ll 1$ автомодуляция имеет место вблизи частот двойного резонанса (4.53). Оставляя по одному резонансному члену в суммах по m и n , получаем

$$-i\lambda - (2m-1)\Omega_b + iT_l^{-1} = \int \frac{\Phi_{\kappa} d\kappa}{(2n-1)\Omega_{гр} + i\lambda} - \frac{i\pi}{(2n-1)} \left(\left| \frac{\partial \Omega_{гр}}{\partial \kappa} \right|^{-1} \Phi_{\kappa} \right) \Big|_{\kappa=\kappa_*}, \quad (4.59)$$

где интеграл понимается в смысле главного значения, а волновое число κ_* определяется уравнением

$$\Omega \approx (2m-1)\Omega_b = (2n-1)\Omega_{гр}(\kappa_*). \quad (4.60)$$

Для инкремента γ получаем следующее выражение:

$$\gamma = \frac{\pi}{(2n-1)} \left(\left| \frac{\partial \Omega_{гр}}{\partial \kappa} \right|^{-1} \Phi_{\kappa} \right) \Big|_{\kappa=\kappa_*} - T_l^{-1}, \quad (4.61)$$

где согласно результатам разд. 3.1

$$T_l \approx \frac{n_{pL} |\ln R|}{J_0 \omega_{BL} T_{гр}}. \quad (4.62)$$

Следовательно, автомодуляция на баунс-резонансе в первую очередь возникает на тех частотах электромагнитных волн, где

минимальна частотная дисперсия групповой скорости, т. е. минимален коэффициент $\delta \Omega_{гр} / \delta k$. Для свистов это область так называемых носовых частот ω вблизи $\omega_{BL}/4$. Следует отметить, что физический механизм обсуждаемой неустойчивости фактически тот же, что и для рассмотренной в разд. 3.2 неустойчивости колебаний многоуровневого АМ. Здесь автомодуляция также связана с увеличением степени анизотропии функции распределения и ростом инкремента по мере возбуждения волн для определенного класса источников частиц. Сам критерий неустойчивости при этом оказывается, вообще говоря, другим, а инкремент может существенно возрасти благодаря наличию полюса на частоте баунс-осцилляций. Адиабатическая мода возмущений ($\Omega T_{гр} \rightarrow 0$) также содержится в уравнении (4.52), однако для ее описания практически всегда нужен строгий учет диффузионного оператора в уравнении (4.38а), а также второго слагаемого в формуле (4.42), отвечающего непрерывному спектру λ . Поэтому для описания адиабатической моды следует использовать результаты строгого рассмотрения, которые содержатся в разд. 3.2. В случае же быстрой модуляции ($\Omega \sim \Omega_{b,гр}$) можно надеяться, что проведенное выше рассмотрение вполне корректно.

4.5. ОБСУЖДЕНИЕ. ФОРМИРОВАНИЕ ТОНКОЙ СТРУКТУРЫ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ИЗЛУЧЕНИЙ

Существенной и пока до конца не решенной задачей теории АМ является интерпретация условий возбуждения тонкой горизонтальной структуры свистовых излучений. В земной магнитосфере значительная часть спектральных деталей с характерными временами в десятки доли секунды, по-видимому, связана с эффектами на баунс-резонансе. Начальный этап формирования колеблющихся между точками отражения сгустков волн и частиц может быть связан с рассмотренной в разд. 4.4 автомодуляцией на баунс-резонансе. Аналогичная модуляция спектров электромагнитного излучения может возникать и по более сложной схеме. В работе [140] показано, что при малом разбросе по частотам баунс-осцилляций и типичной анизотропии, которая формируется в процессе разлета частиц по магнитосфере, возможно развитие гидродинамической неустойчивости быстрых магнитозвуковых волн на баунс-резонансе. На нелинейной стадии этой неустойчивости, как и при пучковых гидродинамических неустойчивостях, образуются сгустки частиц, модулирующие инкремент ЦН свистовых волн.

Довольно интересный круг вопросов связан с анализом нелинейной стадии формирования бегающего по резонатору сравнительно короткого электромагнитного импульса. В работе [40]

установлено, что механизм его формирования во многом аналогичен пассивной синхронизации мод в лазерах с насыщающимся поглотителем. В данном случае роль медленного насыщающегося поглотителя выполняет квазилинейная релаксация функции распределения, обеспечивающая уменьшение эффективного поглощения электромагнитных волн на переднем фронте каждого электромагнитного импульса. В отличие от лазеров в АМ рабочими модами являются сравнительно медленные электромагнитные волны, для которых более существенна частотная дисперсия. Поэтому даже в простейших случаях задача определения формы установившейся импульсной последовательности сводится к анализу известных в теории лазеров уравнений для огибающей волнового пакета, но не с действительными, а с комплексными коэффициентами. Соответствующие солитонные решения в настоящее время получены [40].

В диапазоне геомагнитных пульсаций проведенное рассмотрение, учитывающее влияние ионосферы на формирование динамических спектров излучения в АМ, представляется многообещающим для интерпретации целого ряда особенностей сигналов типа «жемчужин» (Pc-1), не находивших объяснения ранее. Это касается закономерностей появления сигналов в зависимости от геофизической обстановки, отличия их свойств при приеме на земной поверхности и на спутниках, многообразия спектральных форм и целого ряда других особенностей. Более подробно указанные вопросы будут затронуты в разд. 5.4.

5. ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ АЛЬФВЕНОВСКИХ МАЗЕРОВ

В основу теории АМ заложены сравнительно общие предположения о магнитной ловушке пробочной конфигурации, заполненной неравновесной плазмой, состоящей из плотной компоненты и добавка энергичных частиц. Поэтому свойственные АМ закономерности характерны для широкого класса объектов: магнитосфер планет, солнечных корональных арок и лабораторных установок. Естественно, изучение каждой новой конкретной системы предполагает рассмотрение дополнительных специфических особенностей, и их учет обогащает физическую картину процессов. Анализ особенностей приложения теории АМ мы начнем с геомагнитной ловушки, свойства которой довольно подробно изучены экспериментально. Этот интересный физический объект важен сам по себе и удобен для опробования самоогласованных теоретических моделей, которые затем удается использовать для объяснения явлений в других космических и лабораторных плазменных магнитных ловушках.

5.1. ФИЗИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ В ГЕОМАГНИТНОЙ ЛОВУШКЕ

Уже около трех десятилетий ведутся экспериментальные исследования потоков частиц и электромагнитных излучений в земной магнитосфере. За эти годы было подтверждено важное значение циклотронной неустойчивости. Оказалось, что она регулирует максимальные потоки захваченных в магнитную ловушку частиц, определяет их угловые и энергетические спектры, является источником различных типов электромагнитных излучений. Уровень достигнутых экспериментальных и теоретических результатов позволяет в настоящее время подвести определенный итог, с большой достоверностью очертив круг явлений, связанный с альфвеновским мазером.

Изучение альфвеновского мазера в земной магнитосфере является ярким примером плодотворного использования теории слаботурбулентной плазмы, с одной стороны, и критерием проверки этой теории — с другой. Дело в том, что при взаимодействии свистовых волн с электронными радиационными поясами обычно почти идеальным образом выполняются критерии применимости классической теории слабой турбулентности [141, 142]. Это обеспечивают большие размеры и высокая степень однородности геомагнитной ловушки (отношение характерного масштаба изменения параметров среды a к длине волны λ , определяющей турбулентность, составляет $a/\lambda \sim 10^3 \div 10^4$),

слабый уровень турбулентности (параметр слабой турбулентности $\epsilon/n_p m v_\phi^2 \sim 10^{-6} \div 10^{-7}$, где ϵ — плотность энергии волн, n_p — концентрация плазмы, v_ϕ — фазовая скорость свистовых волн) и сильная частотная дисперсия электромагнитных возмущений. Во многом похожая ситуация характерна и для протонной компоненты радиационных поясов (РП).

В данном разделе прежде всего обращено внимание на специфику АМ в условиях земной магнитосферы. Такая конкретизация позволяет объяснить особенности формирования пространственной структуры РП при разных уровнях магнитной активности, различные нестационарные явления в потоках захваченных и высылающихся частиц, а также тонкие характеристики низкочастотных электромагнитных излучений свистового диапазона с частотами от 0,1 до 10 кГц и диапазона геомагнитных пульсаций с частотами от 0,1 до 10 Гц. Прежде чем переходить непосредственно к обсуждению этих вопросов, кратко напомним свойства геомагнитной ловушки.

Структурные элементы геомагнитной ловушки. На рис. 5.1. приведена схема разреза магнитосферы плоскостью полуденного меридиана. В процессе взаимодействия с солнечным ветром [143] формируется конвективная зона магнитосферы, окружающая плотное внутреннее ядро — плазмосферу. Чтобы иметь представление о порядке величин, можно исходить из значений концентрации в ней $n_p \sim 10^2 \div 10^3$ см⁻³. На внешней границе плазмосферы, которая называется плазмопаузой, концентрация холодной плазмы уменьшается скачком на 1—2 порядка. В окрестности плазмопаузы при $L \sim 4$ (L — параметр магнитной оболочки, численно равный расстоянию от центра Земли до вершины соответствующей магнитной трубки в земных радиусах) испытывает скачок и температура плазмы.

Интересующая нас внутренняя часть магнитосферы ($1,2 < L < 7$) соответствует РП [10]. Именно в этой области возникает большинство рассматриваемых в работе явлений. Закон изменения геомагнитного поля в области РП близок к дипольному, а пробочное отношение $\sigma \sim 10^2$.

Во многих случаях магнитосферная плазма является двухкомпонентной. Дело в том, что между ионосферой, магнитосферой и солнечным ветром происходит постоянный обмен частицами и энергией. В результате наряду с холодной плазмой в магнитосфере присутствуют и надтепловые частицы. Свойства надтепловых частиц очень разнообразны. На малых высотах ($L < 2$) и внутри плазмосферы эти частицы составляют малую долю полного числа частиц. За пределами плазмосферы относительная доля энергичных частиц быстро растет. Плазменный слой состоит практически только из горячей плазмы. С удалением от Земли существенно меняется энергия частиц. Так, если в РП энергия электронов $\omega \gtrsim 40$ кэВ, а протонов — $\omega_i > 10^2$ кэВ,

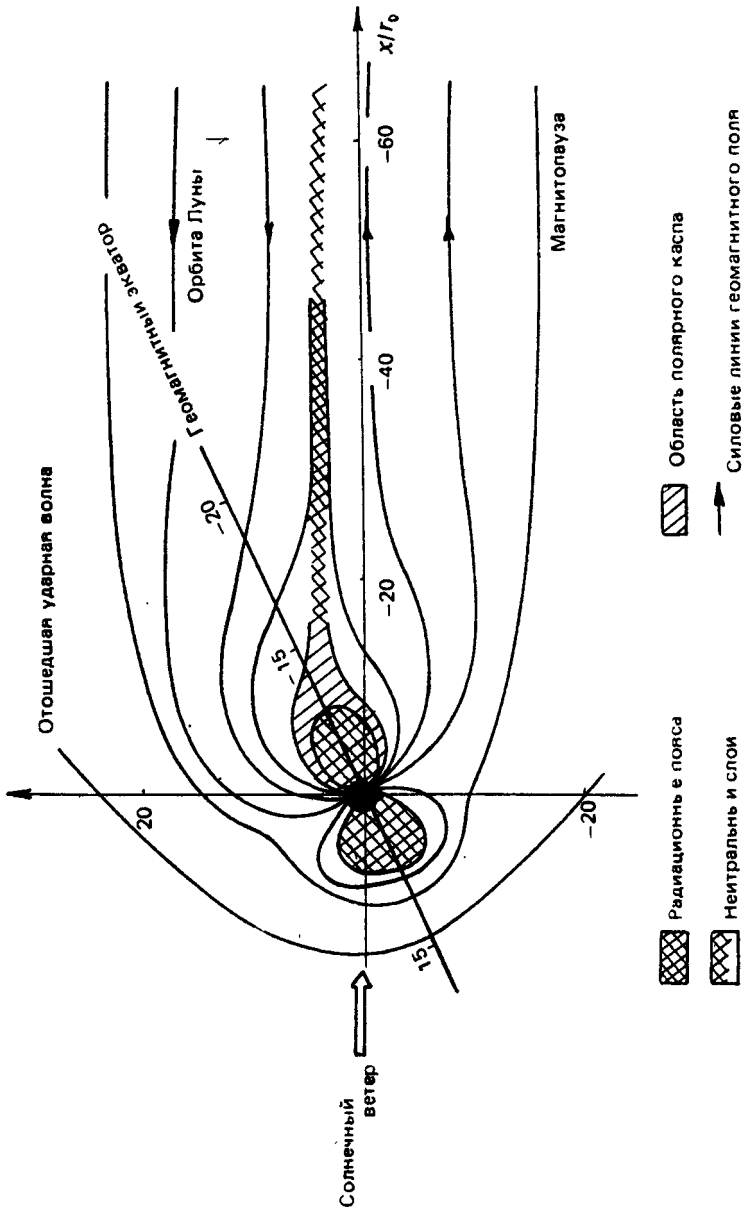


Рис. 5.1 Схема сечения магнитосферы Земли плоскостью полуденного меридиана

то в зоне авроральной радиации ($6 < L < 10$) средняя энергия надтепловых частиц $\omega \sim 10$ кэВ, в плазменном слое $\omega \sim 0,1 \div 1$ кэВ.

Источники частиц. В магнитосфере существуют постоянно действующие источники энергичных частиц, пополняющие РП. В магнитоспокойных условиях основным источником, по-видимому, является перенос частиц поперек L -оболочки с границы во внутренние области магнитосферы [10]. Большинство этих частиц прошли трудный путь. Они в течение недели двигались от Солнца в составе солнечного ветра. Затем попали на периферию магнитосферы в результате эффектов пересоединения. Потом в составе диффузионного потока продвигались внутрь магнитосферы из-за нарушения электромагнитными импульсами третьего адиабатического инварианта. При этом частицы испытывают бетатронное ускорение, так как переходят в область со сравнительно сильным магнитным полем, а первый адиабатический инвариант $J_{\perp} = m v_{\perp}^2 / 2B$ сохраняется. Небольшая доля еще более энергичных частиц возникает при распаде вторичных нейтронов в магнитосфере.

Важную роль в движении и нагреве плазмы играет конвекция под действием генерируемого солнечным ветром крупномасштабного электрического поля, направленного с утренней стороны магнитосферы на вечернюю. В процессе конвекции плазма переносится на более близкие L -оболочки, тоже испытывая бетатронное ускорение. В результате средняя энергия надтепловых электронов на утренней стороне магнитосферы существенно выше, чем в других областях.

В период магнитных бурь интенсивность источников энергичных частиц резко возрастает. Одной из причин эффективного ускорения частиц, вероятно, служит импульс сжатия магнитного поля, соответствующий приходу ударной волны от солнечной вспышки. В магнитовозмущенный период увеличивается квазистатическое электрическое поле в магнитосфере, что приводит к приближению к Земле и нагреву внутреннего края плазменного слоя.

Еще один мощный импульсный источник энергичных частиц действует на взрывной фазе суббури. Он связан с коллапсом геомагнитного поля в области ночного каспа (см. рис. 5.1), возникающим в процессе пересоединения магнитных силовых линий в хвосте магнитосферы.

В целом можно выделить стационарные (конвекция, диффузия поперек L -оболочек) и импульсные (внезапный импульс магнитного поля, взрывные явления суббурь) источники энергичных частиц. Естественно, свойства источников частиц существенно отражаются на процессах в АМ.

Источником холодной и, по крайней мере, на четыре порядка более концентрированной плазмы во внутренней магнито-

сфере является земная ионосфера. Эти частицы заполняют магнитную трубку в дневной магнитосфере, стремясь обеспечить баланс давлений, и частично возвращаются в ионосферу в ночной зоне. Таким образом, альфвеновский мазер — место встречи солнечного и земного вещества.

5.2. ФОРМИРОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ СТРУКТУРЫ РАДИАЦИОННЫХ ПОЯСОВ

Если источник частиц действует в локальной трубке геомагнитного поля, то основные закономерности работы АМ известны нам по предыдущим разделам. Такая ситуация реализуется, например, в магнитовозмущенный период, когда при неадиабатической инжекции частиц раскачиваются колебательные режимы АМ. Аналогичные режимы возбуждаются мощными короткими свистовыми сигналами, которые выводят локальную часть РП из состояния динамического равновесия.

Чтобы пояснить, хотя бы модельно, особенности АМ в РП Земли, связанные с действием реальных источников частиц и неоднородностью системы в радиальном направлении, рассмотрим вопрос о формировании пространственной структуры РП. Во многих случаях состояние РП меняется медленно по отношению к сравнительно быстрым процессам, таким, как релаксационные колебания, а также осциллиции волн и частиц между точками отражения. Поэтому результаты анализа квазистационарных режимов позволяют установить основные закономерности взаимодействия волн с частицами и достаточно точно определить усредненные характеристики РП. Теория квазистационарных процессов хорошо соответствует особенностям спутниковых измерений, в которых, с одной стороны, при проведении одного измерения используется временное накопление, а с другой стороны, измерения в одном и том же месте проводятся через часы. На основе таких данных о нестационарных явлениях судить трудно.

Важной деталью пространственной структуры РП является зазор между внутренним и внешним электронными РП [53]. Зазор особенно четко проявляется в потоках частиц с энергиями $\omega > 100$ кэВ и значительно меньше выражен в канале 40 кэВ. Положение зазора слабо зависит от энергии. Зазор заполняется частицами только на главной фазе магнитной бури. После этого он быстро (за время меньше суток) восстанавливается и существует при самых разных уровнях магнитной возмущенности в условиях, когда существенно меняются условия накопления электромагнитных волн в геомагнитной ловушке.

Для спокойных условий характерно стабильное состояние плазмосферы и низкий уровень мощности источника частиц.

В таких случаях ЦН часто оказывается несущественной, а основную роль в накоплении электромагнитных волн в геомагнитной ловушке играют молниевые разряды в атмосфере, сигналы СДВ-передатчиков [144] и демодуляция СВ-излучений [145]. Задача об определении стационарных характеристик электромагнитных шумов от известных источников представляет самостоятельный интерес, и полное ее решение пока отсутствует. Однако для анализа закономерностей формирования РП можно воспользоваться экспериментальными данными о низкочастотных электромагнитных излучениях. Такие сведения были получены, например, на спутниках ОГО-5, ОГО-6 и «Эксплорер-45» [115, 146, 147]. Эти данные применялись в работах [18, 19, 146] для отыскания ряда характеристик РП, включая зависимость времени жизни частиц в магнитной ловушке T_i от энергии ω и магнитной оболочки L . Для коэффициента питч-угловой диффузии использовалось выражение, учитывающее эффекты циклотронного, черенковского и кратных резонансов, которые существенны при взаимодействии электронов с непроходящими распространяющимися электромагнитными волнами. Взаимодействие с этими волнами приводит к немонотонной зависимости времени жизни частиц от энергии. Для определения пространственной структуры РП в условиях заданных волн численно решалось уравнение радиальной диффузии частиц с потерями в ионосфере из-за питч-углового рассеяния. Полученные при этом результаты удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными.

Ситуация усложняется при умеренной магнитной активности. В таких случаях генерация электромагнитных волн происходит у кромки плазмосферы, а затем волны сносятся внутрь и примерно равномерно заполняют ее объем.

Значение эффектов ЦН возрастает при дальнейшем увеличении магнитной активности. Так, на восстановительной фазе магнитной бури мощность источника частиц значительно выше по сравнению со спокойными условиями. Об этом свидетельствует так называемый послебуревой эффект [147], который проявляется в интенсивном выпадении частиц в ионосферу в течение первой недели после магнитной бури. В то же время параметры РП релаксируют к средним значениям в первые сутки после бури. Эти факты указывают на нелинейную самосогласованность системы. Их можно объяснить только считая, что уровень электромагнитной турбулентности (а с ним и коэффициент питч-угловой диффузии) не фиксирован, а подстраивается под мощность источника частиц. Физическая причина влияния частиц на волны связана с тем, что при достаточно высокой скорости переноса энергичных электронов с периферии внутрь магнитосферы поперек магнитных оболочек в соответствии с сохранением первого и второго адиабатических инвариантов возрастает концентрация, энергия и поперечная анизотро-

пия захваченных частиц. В сочетании с ростом концентрации фоновой плазмы указанные факторы делают область внутри плазмосферы благоприятной для развития ЦН [148]. В связи с этим естественно попробовать описать общую структуру РП как единый альфвеновский мазер.

Исходные уравнения. Запишем, следуя работе [149], самоогласованную систему уравнений для волн и частиц, учитывая перенос энергичных электронов поперек магнитных оболочек, их диффузию в конус потерь из-за рассеяния на свистовых волнах и эффекты ЦН.

Внутри плазмосферы обычно возбуждаются свистовые излучения с частотами $\omega \ll \omega_{BL}$. В таком случае согласно формулам (1.58) циклотронное взаимодействие волн с частицами приводит преимущественно к питч-угловой диффузии без заметного изменения энергии электронов. С учетом этого обстоятельства в качестве независимых переменных в кинетическом уравнении целесообразно выбрать: синус экваториального питч-угла $\kappa = v_{\perp L} / v$, величину, пропорциональную энергии $u =$

$= v^2 / 2 B_L$, и L -оболочку. В этих переменных квазилинейное уравнение для функции распределения F с учетом циклотронного взаимодействия и диффузии поперек магнитных оболочек можно записать в виде, обобщающем (2.20а):

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial t} = & L^{5/2} \frac{\partial}{\partial L} \left(L^{-5/2} D_{LL} \frac{\partial F}{\partial L} \right) + \\ & + \frac{\partial}{\partial \kappa} \left(D_{\kappa\kappa} \frac{\partial F}{\partial \kappa} \right), \end{aligned} \quad (5.1)$$

где множитель $L^{5/2}$ связан с пересчетом элемента фазового объема. Отметим, что уравнение (5.1) точно описывает закономерности переноса частиц поперек магнитных оболочек с сохранением первого и второго адиабатических инвариантов (1.7), когда у частиц в плоскости магнитного экватора нет продольной составляющей скорости $v_{\parallel L}$; либо когда переменная u пропорциональна второму адиабатическому инварианту, т. е. $v_{\parallel L} \sim L^{-3/2}$. В геомагнитном поле на самом деле $v_{\parallel L} \sim L^{-1}$. Это обстоятельство вносит определенные неточности, но существенно не влияет на полученные ниже результаты.

В кинетическом уравнении (5.1) функция распределения нормирована так, что число энергичных электронов в трубке магнитного поля с единичным сечением на уровне ионосферы можно записать следующим образом:

$$N = \frac{8}{3} \pi^2 \sigma B_0^{3/2} r_0 L^{-7/2} \int_0^{\infty} \int_{\kappa_c}^1 F u^{1/2} d\kappa du, \quad (5.2)$$

где B_0 — магнитное поле на земном экваторе, r_0 — радиус планеты, $\chi_c = \sigma^{-1/2}$ — граница с конусом потерь, σ — пробочное отношение. Для сопоставления с экспериментом удобно иметь выражение для интегральной по χ плотности потока захваченных частиц $S_L(\omega)$ в экваториальном сечении РП с энергиями, большими заданной $\omega = \frac{m v^2}{2}$. При не слишком большой

анизотропии функции распределения $S_L(\omega)$ выражается через величины, входящие в (5.1) и (5.2), следующим образом:

$$S_L(\omega) = \frac{8\sqrt{2}\pi^2 B_0^2 r_0}{3L^5 l} \int_{\frac{L^3 \omega}{m B_0}}^{\infty} \int_{\chi_c}^1 F u d\chi du, \quad (5.3)$$

где $l = 2,76 L r_0$ — длина силовой линии магнитного поля. Аналогичная плотность потока высыпающихся в ионосферу электронов с энергиями, большими заданной, можно записать в виде

$$S(\omega) = \frac{4}{3} \pi^2 \sigma B^{3/2} r_0 L^{-7/2} \int_{\frac{L^3 \omega}{m B_0}}^{\infty} u^{1/2} D_{\chi\chi} \left. \frac{\partial F}{\partial \chi} \right|_{\chi=\chi_c} du. \quad (5.4)$$

В уравнении (5.1) сравнительно хорошо известен коэффициент диффузии D_{LL} . Например, если радиальная диффузия частиц обусловлена несимметричными электромагнитными импульсами с резким началом и экспоненциальным хвостом, то согласно выводам работы [150]

$$D_{LL} = \left(c \frac{E}{B_L} \right)^2 \frac{T_{II}}{4 + (\Omega_d T_{II})^2}, \quad (5.5)$$

где E — амплитуда электрического поля в импульсе, T_{II} — длительность импульса, Ω_d — угловая скорость азимутального дрейфа (см. (1.2а)). Чтобы иметь возможность охватить различные экспериментальные данные и теоретические оценки [10, 53, 151—153], связанные с эффективностью радиальной диффузии, ниже за основу будет взята общая степенная функциональная зависимость для коэффициента диффузии по магнитным оболочкам

$$D_{LL} = D L^{\chi + \frac{5}{2}} u^{-\xi}. \quad (5.6)$$

Теоретические расчеты в разных моделях дают существенный разброс в значениях коэффициентов χ и ξ . В свою очередь, экспериментальные исследования [153] показывают, что $\xi \approx 0,5$ и $\chi \gtrsim 5$.

Коэффициент диффузии $D_{\kappa\kappa}$ в уравнении (5.1) определяется интенсивностью, частотным и угловым спектрами свистовых волн, которые должны находиться самосогласованно из уравнения переноса энергии волн. Источником же волн в области малых углов θ между волновым вектором \vec{k} и магнитным полем \vec{B} служит ЦН, обусловленная поперечной анизотропией потоков электронов внутри плазмосферы. Появление косых волн с $\theta \sim 1$, по нашему мнению, связано в основном с эффектами распространения в неоднородной по плотности и магнитному полю среде. Описать этот процесс аналитически довольно трудно. В качестве первого шага к решению проблемы перехода излучения в косые волны ($\theta \sim 1$) введем два свободных параметра, характеризующих зависимость $D_{\kappa\kappa}$ от κ и u . Будем также предполагать, что $D_{\kappa\kappa}$ отлично от нуля на всем отрезке $\kappa_c \leq \kappa \leq 1$, т. е. и в области малых продольных скоростей. Тем самым в известной мере можно учесть эффекты взаимодействия частиц с косыми волнами на черенковском и высоких циклотронных резонансах. Таким образом, возьмем за основу

$$D_{\kappa\kappa} = \kappa^\alpha u^{-\rho} L^{5/2} D Q, \quad (5.7)$$

где α и ρ — параметры, значение которых можно уточнить в дальнейшем, например, добиваясь лучшего согласия теории с экспериментом. Величина $Q(L)$ пропорциональна плотности энергии E свистовых волн, связанных с ЦН, и в соответствии с соотношением (2.67)

$$Q \approx E \frac{\omega_{BL} u_0^\rho}{B^2_L D L^{5/2}}, \quad (5.8)$$

где u_0 отвечает средней энергии частиц РП.

Уравнение (5.1) следует решать совместно с уравнением переноса энергии свистовых волн (1.61б), где эффективный коэффициент отражения R учитывает потери неустойчивых волн в ионосфере и их переход в косые волны. Стационарному состоянию РП отвечает соотношение

$$\Gamma_{\max} = |\ln R|, \quad (5.9)$$

причем выражение для $\Gamma(\omega)$ согласно формулам (1.61г), (1.67б) и (1.68) можно записать в следующем виде:

$$\Gamma(\omega) = \frac{4\pi^3 a \kappa m}{B^2_L} \int_0^\infty \left[\int_{\kappa_c}^{1 - (\omega_{BL}/\kappa v)^2} \left(\frac{\partial F}{\partial \kappa} \right) \times \right. \\ \left. \times \frac{\kappa^2 v^4 (\sqrt{1 + \Upsilon^2} - 1)}{(1 + \Upsilon^2) \sqrt{1 - \frac{\kappa^2}{2} \sqrt{1 + \Upsilon^2}}} d\kappa \right] dv, \quad (5.10)$$

где $\Upsilon = 2\omega_{BL}/\kappa v \kappa^2$, κ — волновое число свистовых волн.

С точностью до коэффициента порядка единицы формулу (5.10) можно представить в виде

$$\Gamma(\omega) \simeq \frac{8\pi^3 a m \omega_{BL}}{B^2_L} \int_0^\infty \left[\int_{\kappa_c}^{\infty} \frac{\Upsilon}{(1+\Upsilon^2)} v^3 \frac{\partial F}{\partial \kappa} d\kappa \right] dv. \quad (5.11)$$

Асимптотики выражений (5.10) и (5.11) совпадают при $\kappa \rightarrow 0$ и $\kappa \rightarrow \infty$. Поэтому для оценки максимального усиления Γ_{\max} при достаточно плавной зависимости F от κ стоящую под интегралом функцию $\Upsilon/(1+\Upsilon^2)$ можно заменить ее максимальным значением, равным $1/2$. С учетом этого упрощения получаем оценку

$$\Gamma_{\max} \simeq \frac{\pi^3 a m \omega_{BL}}{B^2_L} \int_0^\infty F(\kappa = \kappa_*, u) v^3 dv, \quad (5.12)$$

где κ_* — некоторое значение κ , лежащее на отрезке $\kappa_c \leq \kappa \leq \kappa_m$.

Таким образом, в стационарных условиях ($\partial/\partial t = 0$) самоогласованная система уравнений (5.1) и (5.9) для функции распределения F и величины $Q(L)$, пропорциональной плотности энергии волн, с учетом соотношений (5.6), (5.7) и (5.12) записывается в виде

$$\frac{\partial}{\partial L} \left(L^{\delta} \frac{\partial F}{\partial L} \right) + Q u^{\delta} \frac{\partial}{\partial \kappa} \left(\kappa^{\alpha} \frac{\partial F}{\partial \kappa} \right) = 0, \quad (5.13a)$$

$$\int_0^\infty F(\kappa = \kappa_*, u) u du = \tilde{\Lambda} L^2. \quad (5.13b)$$

Здесь $\delta = \zeta - \rho$, $Q(L)$ связано с плотностью энергии волн соотношением (5.8), $\tilde{\Lambda} \simeq 3 |\ln R| / 8 \sqrt{2} \pi^3 m r_0 \omega_{B0}$.

Остановимся теперь на граничных условиях для задачи, определяемой уравнениями (5.13). Сравнительно просто решается вопрос с граничными условиями поpitch-углам. Для относительно низкой магнитной возмущенности реализуется режим слабой диффузии поpitch-углам (см. разд. 2.2), при котором заполнение конуса потерь происходит сравнительно медленно и на его границе достаточно поставить граничное условие $F=0$. Далее ясно, что поток частиц через границу $\kappa=1$ должен отсутствовать. Коэффициент диффузии для такихpitch-углов отличен от нуля, и поэтому $\partial F/\partial \kappa = 0$ при $\kappa=1$. Определенные тонкости связаны с граничными условиями по L -оболочкам. На плазмплаузу с периферии магнитосферы приходят частицы с произвольной функцией распределения. Однако в рамках обсуждаемой модели должно выполняться условие стационарности (5.13б). Отметим, что при более полном решении задачи, учитывающем выход волн за плазмплаузу и постепенное подключение

ние циклотронной неустойчивости в разных энергетических каналах, функция распределения под сводом плазмосферы автоматически соответствует порогу циклотронной неустойчивости. В данном случае на плазмопаузе ($L=L_{pp}$) функция распределения $F=F_{pp}(\kappa, u)$ произвольна, но нормирована условием (5.13б). Для нахождения интегральных характеристик функции распределения и интенсивности электромагнитных волн другие граничные условия нам не понадобятся. В свою очередь, когда будет исследоваться зависимость от магнитной оболочки детального характера высокоэнергичного хвоста функции распределения, потребуется граничное условие на внутренней границе плазмосферы, где, начиная с низкой магнитной оболочки, основную роль играют потери частиц, связанные с кулоновскими столкновениями. Если этот механизм потерь включается достаточно резко при $L \simeq 1$, то для высокоэнергичной части функции распределения можно поставить граничное условие $F=0$ на магнитной оболочке $L=1$. Суммируя результаты проведенного обсуждения, мы приходим к следующим граничным условиям:

$$\begin{aligned} F &= 0 \quad \text{при} \quad \kappa = \kappa_c, \\ \frac{\partial F}{\partial \kappa} &= 0 \quad \text{при} \quad \kappa = 1, \\ F &= F_{pp}(\kappa, u) \quad \text{при} \quad L = L_{pp}, \\ F &= 0 \quad \text{при} \quad L = 1 \quad \text{для больших } u, \end{aligned} \quad (5.14)$$

где $\int_0^{\infty} F_{pp}(\kappa = \kappa_c, u) u \, du = \tilde{\Lambda} L^2_{pp}$.

Структура РП в стационарных условиях. В общем случае решение системы (5.13) с граничными условиями (5.14) довольно громоздко. В то же время можно ожидать, что достаточно глубоко в плазмосфере формируется универсальное распределение по pitch-углам, соответствующее положительно определенной собственной функции $Z(\kappa, p)$ оператора диффузии по κ , отвечающей минимальному собственному значению p^2 . При этом функцию распределения можно представить в виде произведения

$$F = \Phi(u, L) Z(\kappa, p). \quad (5.15)$$

Функция Z является решением следующей задачи на собственные значения:

$$\frac{\partial}{\partial \kappa} \left(\kappa^\alpha \frac{\partial Z}{\partial \kappa} \right) = -p^2 Z, \quad (5.16a)$$

$$Z = 0 \quad \text{при} \quad \kappa = \kappa_c, \quad \frac{\partial Z}{\partial \kappa} = 0 \quad \text{при} \quad \kappa = 1. \quad (5.16б)$$

В интересующем нас случае, когда $\kappa_c \ll 1$ и $0 < \alpha < 1$, p и Z не зависят от L . При этом, как нетрудно видеть, собственные значения p^2 определяются уравнением

$$J_{\frac{1}{\alpha-2}}\left(\frac{2p}{2-\alpha}\right) = 0, \quad (5.17)$$

а соответствующая собственная функция имеет вид

$$Z = C \kappa^{\frac{1-\alpha}{2}} J_{\frac{1-\alpha}{2-\alpha}}\left(\frac{2p}{2-\alpha} \kappa^{1-\frac{\alpha}{2}}\right), \quad (5.18)$$

где $J_\nu(\xi)$ — функция Бесселя действительного аргумента, C — постоянная, которую можно определить из условия нормировки

$$\int_{\kappa_c}^1 Z d\kappa = 1.$$

В результате система (5.13) с граничными условиями (5.14) несколько упрощается:

$$\frac{\partial}{\partial L} \left(Lx \frac{\partial \Phi}{\partial L} \right) - Q p^2 u^\delta \Phi = 0, \quad (5.19a)$$

$$\int_0^\infty \Phi u du = \Lambda L^2; \quad (5.19b)$$

$$\Phi = 0 \text{ при } L=1, \quad \Phi = \Phi_{pp}(u) \text{ при } L=L_{pp}, \quad (5.19b)$$

где $\Lambda = \tilde{\Lambda}/Z(\kappa_*)$, а граничные условия в виде (5.19b), строго говоря, соответствуют случаю, когда функция распределения на границе плазмосферы при $L=L_{pp}$ по угловой зависимости совпадает с $Z(\kappa, p)$.

Для определенности будем считать, что частицы на границе плазмосферы имеют степенной энергетический спектр

$$\Phi_{pp}(u) = \Phi_{\max} \left(\frac{u_0}{u} \right)^r E \left(\frac{u}{u_0} - 1 \right), \quad (5.20)$$

где $E(\xi)$ — единичная функция, константа Φ_{\max} находится путем подстановки выражения (5.20) в формулу (5.19b) и оказывается равной

$$\Phi_{\max} = (r-2)\Lambda(L_{pp}/u_0)^2, \quad (5.21)$$

где $r > 2$.

Для получения интегральных по u характеристик, таких, как $Q(L)$, при сравнительно крутых энергетических спектрах ($r > 2$) вместо (5.19a) можно использовать приближенное уравнение

$$\frac{\partial}{\partial L} \left(Lx \frac{\partial \Phi}{\partial L} \right) - Q p^2 u_0^\delta \Phi = 0, \quad (5.22)$$

отличающееся от точного заменой u на u_0 . Умножая уравнение (5.22) на u и интегрируя по u от 0 до ∞ , с учетом интегрального условия (5.19б) находим, что

$$Q(L)p^2 u_0^\delta = 2(\chi+1)Lx^{-2}. \quad (5.23)$$

Подставляя этот результат опять в уравнение (5.19а), получаем

$$L^{2-\chi} \frac{\partial}{\partial L} \left(Lx \frac{\partial \Phi}{\partial L} \right) - 2(\chi+1) \left(\frac{u}{u_0} \right)^\delta \Phi = 0. \quad (5.24)$$

Уравнение (5.24) имеет общее решение

$$\Phi = C_1(u)L^{q_1} + C_2(u)L^{q_2}, \quad (5.25)$$

в котором

$$q_{1,2} = \frac{1-\chi}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{1-\chi}{2} \right)^2 + 2(\chi+1) \left(\frac{u}{u_0} \right)^\delta}. \quad (5.26)$$

С учетом граничных условий (5.19в) и (5.20) из решения (5.25) следует, что

$$\Phi = \left(\frac{L^{q_1} - L^{q_2}}{L_{pp}^{q_1} - L_{pp}^{q_2}} \right) \Phi_{pp}(u). \quad (5.27)$$

В экспериментальных исследованиях на высоколетящих спутниках обычно регистрируется интегральная по χ плотность потока захваченных частиц в экваториальном сечении РП с энергиями, большими ω [53]. С помощью соотношений (5.3), (5.15) и (5.27) величина этого потока $S_L(\omega)$ выражается через Φ следующим образом:

$$S_L(\omega) = 13,5 \frac{B_0^2}{L^6} \int_{(L/L_{pp})^3 (\omega/\omega_0)}^{\infty} \Phi u \, du, \quad (5.28)$$

где $\omega_0 = m B_0 u_0 / L^3 p_p$ — минимальная энергия частиц на плазмплаузе. Для сравнительно небольших энергий зависимость интегрального потока от L -оболочки монотонная. Например, используя интегральное условие (5.19б), легко показать, что когда $\omega \leq \omega_0 (L_{pp}/L)^3$,

$$S_L(\omega) = 13,5 \Lambda \frac{B_0^2}{L^4}. \quad (5.29)$$

С другой стороны, для относительно больших энергий при $L > 1$ и $\delta > 0$, если $(\chi-1)^2 \ll 8(\chi+1)(u/u_0)^\delta$, интеграл (5.28) сводится к неполной гамма-функции. Когда аргумент этой функции большой $\left(\sqrt{2(\chi+1)} \left| \ln \frac{L}{L_{pp}} \right| (L^3 \omega / L_{pp} \omega_0)^{\delta/2} \gg 1 \right)$, зависи-

мость интегрального потока захваченных частиц от L -оболочки определяется следующим выражением:

$$S_L(\omega) \approx S_{L_{pp}} \exp \left\{ -\sqrt{2(\chi+1)} \left| \ln \frac{L}{L_{pp}} \right| \left(\frac{L^3 \omega}{L_{pp}^3 \omega_0} \right)^{\delta/2} \right\}. \quad (5.30)$$

Из выражения (5.30) нетрудно видеть, что при $\delta > 0$ возможно образование зазора, положение которого слабо зависит от энергии. Глубина зазора возрастает для потоков частиц с большими энергиями. Положение зазора L_* определяется экстремумом показателя экспоненты

$$L_* = L_{pp} \exp(-2/3 \delta). \quad (5.31)$$

Для изучения пространственного распределения потоков захваченных частиц $S_L(\omega)$ в широком диапазоне изменения параметров удобно проанализировать интеграл (5.28) численно. Результаты таких расчетов приведены на рис. 5.2. Анализируя полученные закономерности, можно установить, что зазор формируется при $\delta > 0$ в потоках частиц с достаточно большими энергиями. Увеличению глубины зазора способствует увеличение коэффициента δ и уменьшение крутизны энергетического спектра, которая характеризуется величиной r — см. (5.20).

Еще одной важной характеристикой РП является плотность потока высыпающих в ионосферу энергичных электронов с энергиями, большими ω [53]. Согласно соотношениям (5.4), (5.15), (5.16) и (5.27) имеем

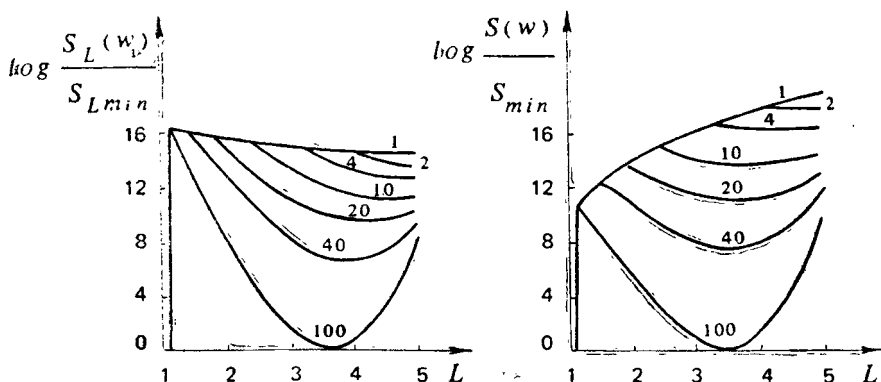


Рис. 5.2. Зависимость потока захваченных частиц $S_L(\omega)$ в относительных единицах от L -оболочки для $L_{pp}=5$, $\delta=1,5$ и $r=5$. Числами на графиках показана величина ω/ω_0 , где ω — нижняя граница энергетического интервала; S_{Lmin} — минимальный поток в зазоре при $\omega/\omega_0=100$.

Рис. 5.3. Зависимость потока высыпающих частиц $S(\omega)$ в относительных единицах от L -оболочки для тех же условий, что и на рис. 5.2 ($\rho=1$)

$$S(\omega) = 26,3(\chi+1)D r_0 \left(\frac{B_0^{3/2}}{u_0^5} \right) L^\chi \int_{(L/L_{pp})^3 (\omega/\omega_0)}^{\infty} \Phi u^{1/2-p} du. \quad (5.32)$$

Величина потока высыпающихся частиц $S(\omega)$ в отличие от потока (5.28) пропорциональна скорости радиального переноса электронов, определяемой, согласно (5.1) и (5.6), коэффициентом D . Результаты численного расчета интеграла (5.32) приведены на рис. 5.3. В рассматриваемой модели одновременно с формированием зазора в потоках захваченных частиц, в потоках высыпающихся электронов возможно образование двух зон высыпания. Эти зоны выражены особенно четко в потоках частиц с достаточно большими энергиями. Интегральный по ω поток высыпающихся электронов меняется монотонно и имеет максимум вблизи внешнего края плазмосферы.

Монотонно возрастает к плазмопаузе и плотность энергии свистовых волн E . Согласно (5.8) и (5.23) эта величина зависит от L -оболочки следующим образом:

$$E = \frac{2(\chi+1)B_0^2}{\omega_{B0} p^2 u_0 \zeta} D L^{\chi-5/2}. \quad (5.33)$$

Частота ω_0 , соответствующая максимуму интенсивности излучения, в рамках данной модели растет с уменьшением L -оболочки по закону (см. (1.46))

$$\omega_0 = \left(\frac{\omega_{B0} c^2}{2B_0 u_0} \right) \left(\frac{\omega_{BL}}{\omega_{pL}} \right)^2 \propto L^{-(2+3)}. \quad (5.34)$$

Сформулируем основные выводы, вытекающие из полученных выше результатов. В условиях действия постоянного источника энергичных электронов, обусловленного диффузионным потоком частиц с периферии магнитосферы, формируются стационарные РП. Свойства потоков захваченных в геомагнитную ловушку частиц практически не зависят от мощности источника частиц, и это объясняет относительную стабильность РП. Интегральная плотность потока захваченных электронов соответствует порогу возбуждения циклотронной неустойчивости. Конкуренция между процессами высыпания в ионосферу и бетатронным ускорением электронов может приводить к формированию зазора между внутренним и внешним электронными РП. Потоки достаточно энергичных электронов убывают по мере углубления в плазмосферу из-за рассеяния частиц в конус потерь свистовой турбулентностью, уровень которой контролируется не этими частицами, а основной массой частиц РП. По мере дальнейшего продвижения внутрь плазмосферы этот энергетический канал из-за бетатронного ускорения частиц приближается к большим значениям функции распределения. При этом

потоки электронов вновь возрастают в соответствии с ростом интегрального потока частиц на пороге циклотронной неустойчивости. Положение зазора определяется структурой плазмосферы и слабо зависит от энергии частиц. Глубина зазора тем больше, чем больше энергия электронов. Указанные результаты хорошо согласуются с экспериментальными данными.

В рамках обсуждаемой модели мощность источника частиц определяет потоки высыпающихся в ионосферу частиц и уровень электромагнитной турбулентности. При этом интенсивность свистовых волн максимальна вблизи внутреннего края плазмопаузы. Характерная частота крайне низкочастотных (КНЧ) волн с уменьшением L -оболочки возрастает как $L^{-(2 \div 3)}$. Отметим, что закономерности такого типа отмечались и в некоторых экспериментальных работах [154].

Знание потоков захваченных и высыпающихся частиц позволяет легко оценить среднее время жизни энергичных электронов в геомагнитной ловушке. Согласно формулам (2.32), (5.2) и (5.3)

$$T_l = \frac{N}{2S} \simeq L^5 (L/u_0 B_0)^{1/2} \cdot (r_0 S_L/S). \quad (5.35)$$

Эта величина минимальна у края плазмопаузы. Полученные с помощью такой оценки результаты позволяют объяснить наблюдаемые на восстановительной фазе магнитной бури времена жизни частиц [155], которые нельзя объяснить в рамках моделей РП, не учитывающих источников частиц.

В настоящее время нет хорошего соответствия теории и эксперимента в отношении взаимного расположения зазора и максимума в потоках высыпающихся частиц. Возможно, что это связано с тем обстоятельством, что теоретическая модель не учитывает изменение в зависимости от L -оболочки числа энергичных электронов, резонансных с электромагнитными волнами. Выше не принималась в расчет также возможность переноса свистовых излучений с одних L -оболочек на другие и перестройки плазмосферы на восстановительной фазе магнитной бури. Эти вопросы требуют дальнейшего исследования.

Следует отметить, что для объяснения пространственной структуры потоков электронов с релятивистскими энергиями необходимо учитывать дополнительные источники частиц, действующие внутри плазмосферы, такие, как, например, распад нейтронов [143]. Определенное влияние на пространственную структуру РП могут оказывать также искусственные очень низкочастотные (ОНЧ) и КНЧ-излучения с источниками, локализованными в области промышленных районов Европы и Америки [144].

5.3. ВОЛНЫ ВЫСЫПАНИЯ ЭНЕРГИЧНЫХ ЭЛЕКТРОНОВ И ПУЛЬСИРУЮЩИЕ ПЯТНА СИЯНИЯ

Естественно, неоднородность геомагнитной ловушки в перпендикулярном к магнитному полю направлении и перенос частиц из одних силовых трубок в другие влияют не только на стационарное состояние РП, но и на колебательные процессы в АМ. В разд. 3 при изучении динамических процессов в АМ параметры магнитной ловушки предполагались однородными в поперечном относительно магнитного поля направлении. От этого упрощения приходится отказаться при переходе к анализу на основе работ [156, 157] реальных особенностей пространственной структуры периодических режимов в АМ.

Как уже отмечалось в разд. 1.2, важную роль в конкретных проявлениях ЦН играет распределение концентрации холодной плазмы по L -оболочкам. ЦН и сопутствующие ей явления могут иметь место лишь в областях с достаточно плотной фоновой плазмой, т. е. внутри плазмосферы, либо в спорадических образованиях за ее пределами. В последнем случае проявления ЦН ограничены размерами плазменного уплотнения и носят локальный характер [121, 123].

При сравнительно медленных изменениях параметров среды в перпендикулярном к магнитному полю направлении существенным становится то обстоятельство, что частицы РП в процессе магнитного и электрического дрейфов могут перемешаться из одной магнитной силовой трубки в другую. Это приводит к определенной связи релаксационных колебаний в разных трубках. Для анализа соответствующих закономерностей нужно конкретизировать источник частиц и учесть медленные изменения параметров среды вдоль дрейфовых траекторий энергичных электронов.

5.3.1. Волны высыпаний в авроральной ионосфере

Важным источником энергичных частиц в РП является их перенос с периферии магнитосферы под действием электромагнитных импульсов, нарушающих третий адиабатический инвариант. При этом ЦН подключается вблизи внешнего края плазмосферы. В каждую точку в зоне неустойчивости энергичные электроны попадают в результате двух основных процессов — диффузии с периферии магнитосферы и азимутального дрейфа в неоднородном магнитном поле. Поэтому, следуя работам [156, 157], мощность источника частиц можно записать в виде

$$J_{\Sigma} = J - \Omega_d \frac{\partial N}{\partial \psi}, \quad (5.36)$$

где J обусловлено переносом поперек L -оболочек (см. (5.5)), а второе слагаемое связано с дрейфом частиц по азимуту ψ .

$\Omega_d \approx \frac{v^2}{\omega_{BL} r_0^2 L^2} \left(1,05 + 0,45 \frac{v_{\perp L}}{v} \right)$ — усредненная по периоду

баунс-осциллиций частиц угловая скорость азимутального дрейфа, r_0 — радиус планеты, $v_{\perp L}$ — компонента скорости, перпендикулярная к магнитному полю при пересечении частицей магнитного экватора. Записывая мощность источника в виде (5.36), мы предполагаем, что разброс по величине Ω_d у частиц небольшой.

Стационарное состояние АМ с источником (5.36) в рамках системы (3.7) характеризуется равновесными значениями

$$N_0 = \frac{v}{h}, \quad E_0 = (\delta N_0)^{-1} \cdot \left(J_0 - \Omega_d \frac{\partial N_0}{\partial \psi} \right). \quad (5.37)$$

Проанализируем свойства малых отклонений от стационарного состояния. Пренебрегая изменением параметров ионосферы и линеаризуя систему (3.7) около равновесных значений (5.37), получаем

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_{\sim}}{\partial t} &= -\delta E_0 N_{\sim} - \delta E_{\sim} N_0 - \Omega_d \frac{\partial N_{\sim}}{\partial \psi} + J_{\sim} \\ \frac{\partial E_{\sim}}{\partial t} &= h \cdot E_0 N_{\sim}, \end{aligned} \quad (5.38)$$

где коэффициенты δ и h могут зависеть от ψ , J_{\sim} — отклонение источника от равновесного значения.

Допустим, что существует периодическое возмущение, раскачивающее колебания системы (5.38). Таким возмущением может быть гидромагнитная волна в магнитосфере или гравитационная волна в атмосфере. Например, согласно выводам разд. 3.9.2 монохроматическая альфвеновская волна создает периодический источник

$$J_{\sim} = J_m(\psi) \cos(\Omega t), \quad (5.39)$$

где $J_m \approx (v_A/R)(b/B_L)N_0$, Ω — частота альфвеновской волны, R — радиус кривизны магнитного поля, b — амплитуда волны на магнитном экваторе.

Предположим, что параметры РП испытывают заметные возмущения в некотором интервале долгот $(0, \Delta\psi)$, где $\Delta\psi \ll 2\pi$. Для этого источник J_m должен действовать в достаточно узкой (по сравнению с $\Delta\psi$) области. Решая уравнения (5.38) и (5.39) с граничным условием $N_{\sim}(t, \psi=0) = 0$, путем преобразования Фурье по времени и интегрирования по углу ψ получаем параметры установившихся вынужденных колебаний [157]:

$$N_{\sim} = \operatorname{Re} \int_0^{\psi} \frac{J_m(\psi')}{\Omega_d} \exp\{-\theta + i(\Omega t + \varphi)\} d\psi', \quad (5.40)$$

$$E_{\sim} = \frac{h E_0}{\Omega} \operatorname{Re} \int_0^{\psi} \frac{J_m(\psi')}{\Omega_d} \exp\left\{-\theta + i\left(\Omega t + \varphi - \frac{\pi}{2}\right)\right\} d\psi'$$

где $\theta = 2 \int_{\psi'}^{\psi} (v_J/\Omega_d) d\psi''$, $\varphi = \int_{\psi'}^{\psi} [(\Omega_J^2 - \Omega^2)/\Omega_d \Omega] d\psi''$, а обо-

значения $2v_J = \delta E_0$, $\Omega_d^2 = \delta h E_0 N_0 = 2h S$ согласуются с принятыми в характеристическом уравнении (3.17).

В соответствии с изменением стационарного состояния (5.37) величины Ω_J и v_J зависят от ψ , причем обычно $Q_J = \Omega_J/2v_J \gg 1$, $\Omega_J \gg \Omega_d$. При этом если J_m — достаточно плавная функция ψ , наибольший вклад в интегралы (5.40) вносит область около $\psi = \psi_*$, где $\Omega = \Omega_J(\psi_*)$. В других местах косинус является быстроосциллирующей функцией. С учетом этого обстоятельства методом стационарной фазы [58] получаем асимптотическую оценку интегралов (5.40). Считая, что внутри интервала $(0, \psi)$ лежит одна стационарная точка $\psi = \psi_*$ (когда стационарной точки нет, основную роль играют краевые эффекты), в результате имеем [157]

$$N_{\sim}(t, \psi) = (h, E_0)^{-1} \frac{\partial E_{\sim}}{\partial t}, \quad (5.41)$$

$$E_{\sim}(t, \psi) = \frac{h E_0}{\Omega} J_m(\psi_*) \sqrt{\frac{\pi}{\Omega_d \left| \frac{\partial \Omega_J}{\partial \psi} \right|_{\psi=\psi_*}}} \times \\ \times \exp(-\theta_*) \sin(\Omega t + \varphi_*).$$

Здесь $\theta_* = 2 \int_{\psi_*}^{\psi} (v_J/\Omega_d) d\psi'$,

$$\varphi_* = \int_{\psi_*}^{\psi} \frac{(\Omega_J^2 - \Omega^2)}{\Omega_d \Omega} d\psi' - \frac{\pi}{4} \operatorname{sgn} \left(\frac{\partial \Omega_J}{\partial \psi} \Big|_{\psi=\psi_*} \right).$$

Согласно формулам (5.41), для эффективной раскачки колебаний АМ источник J_{\sim} должен находиться там, где $\Omega = \Omega_J$. При этом наиболее выгодно, чтобы $\partial \Omega_J / \partial \psi$ было мало в этой области (при $\partial \Omega_J / \partial \psi = 0$ глубину модуляции определяет величина v_J). Заметная модуляция параметров РП образуется вдоль направления дрейфа частиц от долготы $\psi = \psi_*$. В частно-

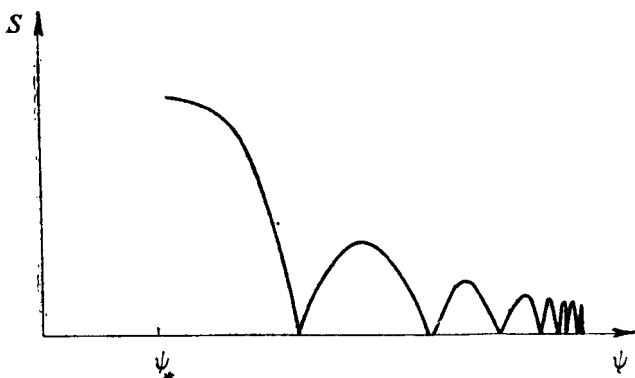


Рис. 5.4. Волны высыпаний в ионосфере

сти, в этом направлении возникает показанная на рис. 5.4 своеобразная волна высыпаний, так как согласно уравнению (3.7а) вариации плотности потока высыпающихся в ионосферу электронов могут быть записаны в следующем виде:

$$S_{\sim}(t, \psi) = \frac{\delta}{2} (E_{\sim} N_{\sim} + E_{\sim} N_0), \quad (5.42)$$

где N_{\sim} и E_{\sim} определяются формулами (5.41). В соответствии с выражениями (5.41) и (5.42) характерная длина волны высыпаний по углу ψ определяется выражением

$$\Delta \psi \simeq \left(2\pi \Omega_d / \left| \frac{\partial \Omega_J}{\partial \psi} \right| \Big|_{\psi=\psi_*} \right)^{1/2}. \quad (5.43)$$

При удалении от стационарной точки длина волны высыпаний сокращается, так как в (5.41) зависимость фазы от ψ нелинейная

$$\varphi_* \simeq \left(\frac{\partial \Omega_J}{\partial \psi} \Big|_{\psi=\psi_*} \right) \frac{(\psi - \psi_*)^2}{\Omega_d} \pm \frac{\pi}{4}. \quad (5.44)$$

Это обстоятельство можно использовать для диагностики величины Ω_J .

Полученные результаты позволяют оценить степень модуляции уровня электромагнитного излучения, потоков высыпающихся и числа захваченных частиц. Используя (5.39), (5.41) и (5.42), находим

$$\begin{aligned} \max \frac{E_{\sim}}{E_0} &\simeq \max \frac{S_{\sim}}{S_0} \simeq \frac{\Omega_J}{\Omega} Q_J \max \frac{N_{\sim}}{N_0} \simeq \\ &\simeq \frac{b T_b}{B_L T_{гр}} |\ln R| \left(\omega_{BL} / \left| \frac{\partial \Omega_J}{\partial \psi} \right| \Big|_{\psi=\psi} \right)^{1/2}. \end{aligned} \quad (5.45)$$

При этом величины E_{\sim} и N_{\sim} сдвинуты по фазе на $\pi/2$.

Формулы (5.41) и (5.42) позволяют объяснить сдвиг по фазе между E_{\sim} и S_{\sim} , если он не превосходит $\pi/2$. Более значительные сдвиги фазы между E_{\sim} и S_{\sim} могут быть связаны с особенностями распространения электромагнитных волн и с существенным отклонением от равновесия (5.37).

Проведенный анализ показывает, что гидромагнитные колебания особенно тесно связаны с модуляцией параметров АМ в области, где $\Omega = \Omega_{\text{д}}$. При этом колебательные режимы ЦН проявляются в периодической модуляции уровня электромагнитного излучения и потоков частиц. Отметим, что волновые структуры потоков высыпающихся электронов неоднократно регистрировались на низколетящих спутниках [158, 159]. Согласно выводам работы [157] эти данные можно использовать для диагностики магнитосферных процессов.

Выше предполагалось (см. (5.36)), что все частицы в каждой трубке магнитного поля дрейфуют по азимуту с близкими скоростями. Когда важен конечный разброс по величине угловой скорости азимутального дрейфа у частиц с разными энергиями, возможен эффект резонансного взаимодействия волны пульсирующего режима ЦН с частотой Ω и частиц, для которых $\Omega = s \Omega_{\text{д}}$, где s — целое число. Это явление подробно обсуждается в работе [35].

5.3.2. Пульсирующие пятна в полярных сияниях

Большое внимание исследователей в настоящее время привлекают пульсирующие пятна в полярных сияниях [121, 160—162], которые, вероятно, тоже связаны с колебательными режимами работы АМ. Пульсирующие пятна, как правило, наблюдаются в утренне-ночном секторе авроральных электронных вторжений, окаймляя последние со стороны низких широт [121, 161]. Эти пульсации обладают рядом характерных черт, отличающих их от других типов сияний. Перечислим основные из них: [121, 160—162]:

- пульсирующие пятна наблюдаются в виде изолированных вспышек свечения с характерными размерами от 40 до 200 км на уровне ионосферы, причем форма пятна сохраняется от вспышки к вспышке, а в соседних пятнах вспышки не коррелируют друг с другом;

- характерные периоды повторения пульсаций составляют от 2 до 10 с, длительность вспышки не зависит от мощности источника частиц, а длительность паузы возрастает с уменьшением источника;

- пульсирующие пятна дрейфуют со скоростью, близкой по направлению и величине к скорости ковки магнитосферной плазмы;

— основной вклад в пульсирующие пятна дают высыпания электронов с энергиями от 20 до 45 кэВ,

— пульсирующие пятна сопровождаются вспышками электромагнитного излучения в диапазоне частот от 0,3 до 2,5 кГц

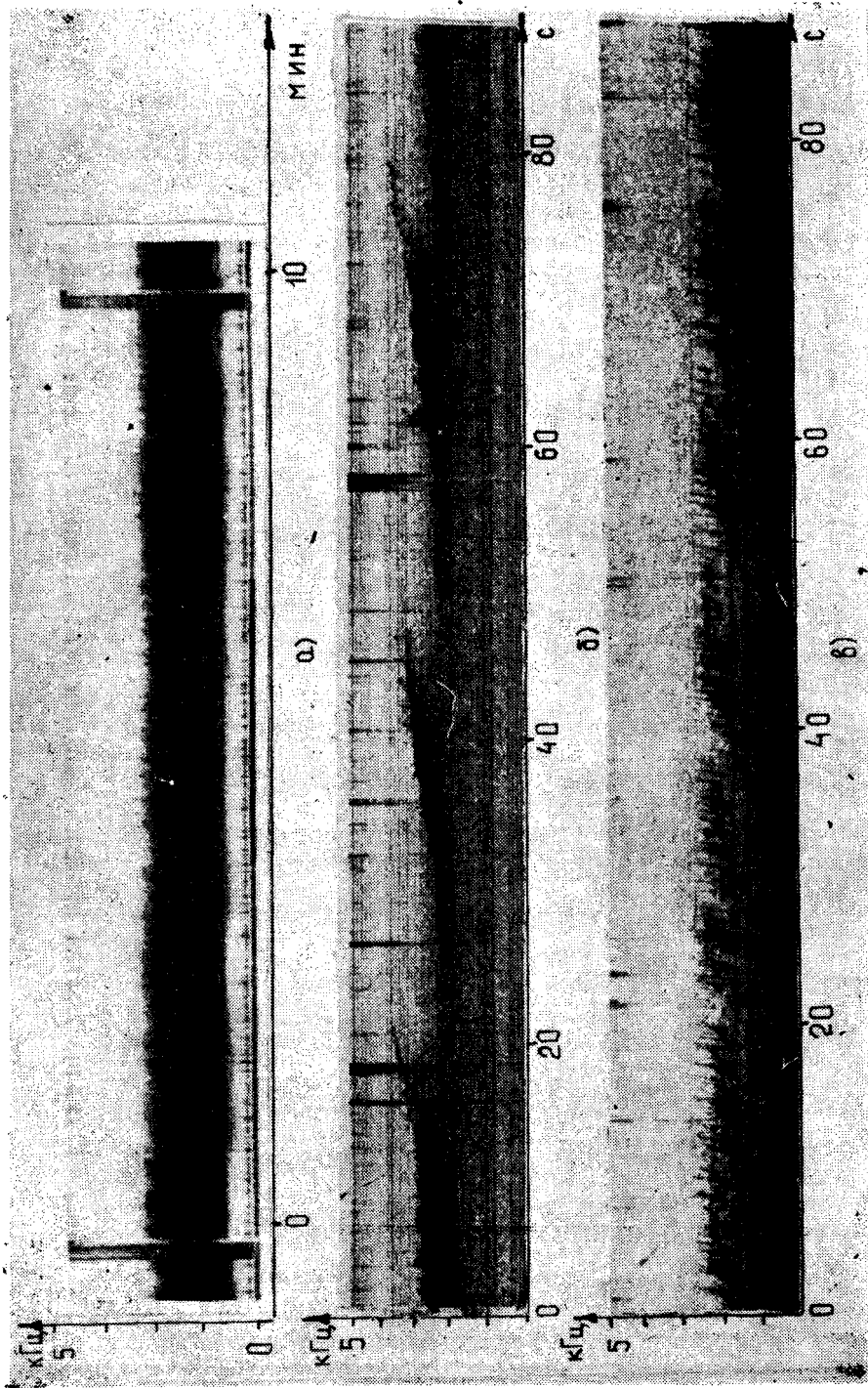
Отмеченные характеристики пульсирующих пятен довольно естественно объясняются на основе развитой в разд. 3.7 теории проточного АМ. Действительно, сохранение формы пятна от вспышки к вспышке и его дрейф согласуются с предположением о том, что ЦН развивается в волокне с повышенной концентрацией фоновой плазмы. Понятна и преимущественная роль энергичных электронов, которые в первую очередь включаются в ЦН. Удаётся объяснить и количественные характеристики пульсирующих пятен. В частности, типичные периоды повторения пульсаций соответствуют времени заполнения волокна энергичными электронами в процессе их магнитного дрейфа и для указанных поперечных размеров составляют менее 10 с. Отдельная вспышка начинается при превышении порога ЦН, когда в волокне накапливается достаточное количество энергичных электронов с анизотропной функцией распределения. После достижения порога возникает вспышка интенсивности свистовых волн и потоков высыпающихся электронов, характеристики которых определяются рассмотренными в разд. 3.7 закономерностями развития ЦН.

Указанные обстоятельства позволяют понять причину увеличения периода повторений пульсирующих пятен с уменьшением мощности источника частиц и отсутствие зависимости от нее длительности вспышки. Более детальное сопоставление свойств пульсирующих пятен с теорией проточного АМ можно найти в работах [121, 123].

54 ПРОИСХОЖДЕНИЕ ОСНОВНЫХ ТИПОВ НИЗКОЧАСТОТНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ИЗЛУЧЕНИЙ В МАГНИТОСФЕРЕ

Экспериментальное изучение ОНЧ- и КНЧ-электромагнитных излучений в диапазоне частот от 0,3 до 10 кГц продолжается уже около 30 лет. Такие исследования были предприняты как с помощью наземных средств, так и на многочисленных искусственных спутниках Земли в комплексе с изучением других геофизических явлений. Подробные сведения об этих исследованиях можно найти в монографиях [57, 163], многочисленных статьях и обзорах [11, 66, 164 165]. Эти исследования выявили чрезвычайное разнообразие явлений в электромагнитных излучениях, и теория еще далека от их полного понимания. Однако можно выделить несколько основных типов КНЧ- и ОНЧ-излучений, тесно связанных с ЦН, в изучении которых достигнут существенный прогресс (рис. 5.5).

Естественные КНЧ- и ОНЧ-электромагнитные излучения по



Р и с. 5.5. Основные типы естественных электромагнитных излучений диапозона 1—10 кГц: а — «шипения»; б — квазипериодические излучения; в — «хоры»

характеру динамического спектра делят на три основные группы:

1) шумовые стационарные широкополосные излучения КНЧ- и ОНЧ-диапазонов, получившие название «шипений»;

2) квазипериодические ОНЧ- и КНЧ-излучения, интенсивность которых промодулирована во времени с периодами 2—150 с;

3) «хоры» — излучения с дискретной структурой динамического спектра, состоящего из последовательности отдельных часто следующих друг за другом элементов с характерными периодами 0,1—1 с.

Примеры указанных типов излучений приведены на рис. 5.5. Ниже мы обсудим связь этих сигналов с различными режимами работы альфвеновского мазера и на этой основе постараемся объяснить основные их свойства.

Электромагнитные шумы КНЧ- и ОНЧ-диапазонов. Согласно экспериментальным данным, суммированным в работах [57, 115, 163, 165], шумовые излучения непрерывного типа условно можно разделить на две группы: а) ОНЧ-шипения с частотами выше 2 кГц, б) КНЧ-шипения с частотами ниже 2 кГц. Фактически эти излучения отличаются не только по диапазону, но и по своим свойствам.

КНЧ-шипения типичны для областей внутри плазмосферы и по сравнению с ОНЧ-шипениями обладают более устойчивыми характеристиками. ОНЧ-излучения чаще наблюдаются в окрестности плазмопаузы (как внутри, так и вне ее). К ОНЧ-шипениям относятся и всплески с медленным частотным дрейфом, которые наблюдаются в периоды магнитных возмущений. Излучения указанных типов характерны для средних широт*. Оба типа шипений хорошо сопряжены в противоположных полушариях и тесно коррелируют с потоками энергичных частиц в РП. Некоторые средние количественные характеристики ОНЧ- и КНЧ-шипений приведены в таблице.

Перечисленные особенности шипений хорошо объясняются эффектами циклотронной неустойчивости РП. Иллюстрацией этого служит таблица, в которой приведены характеристики стационарных электромагнитных излучений, рассчитанные по формулам развитой выше теории АМ. При составлении таблицы было учтено, что КНЧ-шипения, по-видимому, возбуждаются в той части магнитосферы, где $\beta_* \gg 1$, а ОНЧ-шипения соответствуют областям с $\beta_* \sim 1$. ОНЧ-шипения с частотным дрейфом могут возбуждаться вблизи плазмопаузы, либо в локальных плазменных уплотнениях за пределами плазмосферы [166], причем медленный частотный дрейф, вероятно, объясняется про-

* ОНЧ-шипения типичны и для полярных широт. Однако частота полярных шипений заметно выше, а механизм генерации, по-видимому, связан с процессами вблизи нижнего гибридного резонанса.

Характеристики шумовых КНЧ- и ОНЧ-излучений

	Интенсивность I , эрг. см ⁻²	Частота максимального излучения ω_m , 2 π , кГц	Потоки захваченных частиц S_L , см ⁻² .с ⁻¹	Потоки вы- свешивающих электро- нов $S_{\text{нов}}$, г. см ⁻² .с ⁻¹	Длительность всплеска шипений T , с	Период QR-излучений T_j , с
Теория	$\frac{J_{\Sigma} \omega_0}{\sigma \ln R \omega_{VL}}$	$\beta_* = \frac{(2\pi \beta_*)^{-1} \omega_{VL}}{8\pi n_{pL} \omega_0 / B^2 L}$ $q(q+1)^{-1} \cdot \frac{\omega_{VL}}{2\pi}$	$\frac{v_c \ln R n_{pL}}{T_{гр} \omega_{VL}}$	$\frac{1}{2} J_{\Sigma}$	$\gtrsim \left(\tilde{\nu} - 2 \frac{ \ln R }{T_{гр}} \right)^{-1} \times$ $\times \ln \frac{E_m}{E}$	$2\pi \left(\frac{J_{\Sigma} \omega_{VL}}{n_{pL} l \sigma} \right)^{-1/2}$
	$0,4(10^{-10} \text{---} 10^{-7})$	0,8 4,0	$2 \cdot 10^7$ $5 \cdot 10^7$	$10^3 \text{---} 10^6$	$\left(\tilde{\nu} - 2 \frac{ \ln R }{T_{гр}} \right) \sim 0,1 \tilde{\nu}$ $> 10^2$	$30 \text{---} 10^3$
Эксперимент	до 10^{-8}	0,1—3,0	до 10^8	$10^3 \text{---} 10^6$	$\sim 10^3$	2—150
	до 10^{-9}	3,0—10				

Примечание: $L \approx 4$; $n_{pL} = 3 \cdot 10^2$ см⁻³, $\omega_0 \approx 40$ кэВ; $q = 0,5$; $|\ln R| = 0,5$; $v_0 \approx 10^{10}$ см.с⁻¹.

цессами эрозии плазмосферы под действием магнитосферных электрических полей [167].

Эксперимент хорошо подтверждает теоретический вывод о зависимости эффективности циклотронного возбуждения от концентрации холодной плазмы. Многие события в ОНЧ- и КНЧ-диапазонах тесно связаны с положением плазмопаузы [168]. Эта связь прослеживается и по широтному профилю плотности потока захваченных в РП частиц.

На основе ЦН удается объяснить и ряд тонких особенностей в угловом и энергетическом спектрах частиц РП. В частности, как показывают спутниковые наблюдения [19], угловой спектр электронов РП в ряде случаев имеет характерную форму с выступом в области больших пичч-углов. Такой выступ можно связать с характером линий диффузии и особенностью функции распределения при малых значениях $v_{\parallel L}$ (см. разд. 2.3 и работу [31]). Важную роль в формировании выступа могут играть косые волны ($\vec{k} \nparallel \vec{B}$) [19].

Квазипериодические КНЧ- и ОНЧ-излучения. Наряду со стационарными шипениями часто в том же диапазоне частот регистрируются так называемые квазипериодические (QP) электромагнитные излучения (см. рис. 5.5 и 5.6), интенсивность которых промодулирована во всей полосе частот или ее части с периодами $T_{QP} \approx 2 \div 150$ с [57, 169, 170]. QP -шумы хорошо магнитосопряжены и почти всегда сопровождаются высыпаниями энергичных электронов, промодулированными по интенсивности с теми же периодами [158, 171]. Более детальные экспериментальные исследования [169, 172, 173] показали, что все QP -явления можно объединить в две группы: $QP-1$, которые тесно коррелируют с геомагнитными пульсациями соответствующих периодов, и $QP-2$, не сопровождающиеся колебаниями геомагнитного поля. При этом явления $QP-1$ обычно имеют правильную синусоидальную форму, а $QP-2$ возникают в виде выбросов с характерным дрейфом средней частоты в каждом элементе в сторону повышения. Указанные особенности излучений хорошо объясняются на основе рассмотренных выше свойств колебательных процессов в АМ. В частности, события типа $QP-1$ можно связать с возбуждаемыми гидромагнитными волнами релаксационными колебаниями. Напомним основные свойства таких режимов, которые вытекают из теории. Согласно выводам разд. 3.1 частота и добротность релаксационных колебаний следующие:

$$\Omega_J = (2J_{\Sigma} |\ln R| / N_0 T_{rp})^{1/2}, \quad (5.46a)$$

$$Q_J = \Omega_J / 2 \nu_J = (N_0 |\ln R| / 2J_{\Sigma} T_{rp})^{1/2}, \quad (5.46b)$$

где $J_{\Sigma} = 2S$ и N_0 — мощность источника и число энергичных частиц в магнитной силовой трубке сечением 1 см^2 у основания, S — плотность потока высыпающихся из трубки электронов.

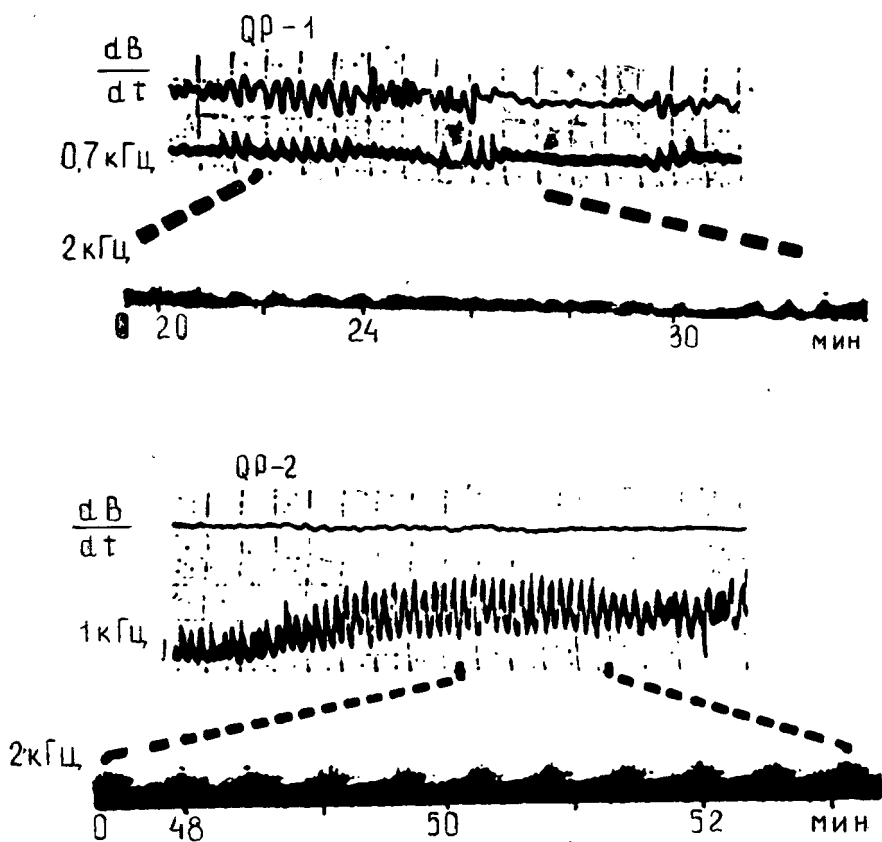


Рис. 5.6. Связь квазипериодических КНЧ-излучений с геомагнитными пульсациями соответствующих периодов

Вдали от состояния равновесия синусоидальная модуляция переходит в пиковый режим со скважностью

$$\frac{T_{QP}}{\Delta t} = \frac{2 E_{\max}}{E_0 \ln(4 E_{\max}/E_0)}, \quad (5.47)$$

где Δt — длительность пика, E_{\max} — максимальное значение плотности энергии свистовых волн.

Если частоты МГД-волн Ω далеки от собственной частоты Ω_J релаксационных колебаний, то эффекты модуляции под действием слабой МГД-волны с амплитудой b ($b/B_L \ll 1$) незначительны. В пределе $\Omega \gg \Omega_J$ они описываются линейной теорией [20, 21, 26], а при $\Omega \ll \Omega_J$ соответствуют адиабатическому изменению стационарного состояния РП (см. разд. 2). Макси-

мальная глубина модуляции в интенсивности ОНЧ-излучения и потоках высыпającychся частиц достигается в условиях резонанса, когда $\Omega = \Omega_J$. При этом

$$\max(E_{\sim}/E_0) = \max(S_{\sim}/S_0) \approx Q_J^2 b/B_L. \quad (5.48)$$

Сделаем некоторые количественные оценки величин (5.46).
Задавая типичные значения

$$\omega_{BL} \approx 10^5 \text{ с}^{-1}, \quad T_{\text{ГР}} \approx 1 \text{ с}, \quad J_{\Sigma} = 2S \approx 10^6 \text{ см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1},$$

$$n_{PI} \approx 10^2 \cdot \text{см}^{-3} \quad \text{и} \quad |\ln R| = 0,3,$$

получаем $T_{QP} = 2\pi/\Omega_J \approx 10^2 \text{ с}$ и $Q_J \approx 3,5$.

Ограничения на величину T_{QP} со стороны малых и больших периодов обусловлены следующими причинами: нижняя граница для T_{QP} , по-видимому, связана с уменьшением добротности Q_J в случае больших J_{Σ} , а на верхнюю границу накладываются ограничения собственные частоты колебаний геомагнитной трубки. Интересно, что с данными эксперимента качественно согласуется и эффект уменьшения T_{QP} с ростом мощности источника частиц [169]. В ряде случаев релаксационные колебания сами могут служить источником геомагнитных пульсаций, которые являются одним из проявлений рассмотренных в разд. 3.9 модуляционных неустойчивостей. Соответственно для экспериментального отождествления природы МГД-волн необходимы целенаправленные наблюдения.

Обратимся теперь к сигналам типа QP -2. На наш взгляд, они обусловлены эффектами, изученными в разд. 3.2—3.5, и режимами пичковой генерации с дрейфом частоты, рассмотренными в разд. 3.7. На основе результатов этих разделов удастся качественно объяснить все основные свойства QP -2: временные характеристики, дрейф частоты, рост интенсивности к концу спектрального элемента и др. Своеобразным должен быть характер высыпания электронов, энергия которых должна уменьшаться в такт с ростом частоты.

Не выясненным до конца остается вопрос о том, какие предпосылки необходимы для реализации того или иного режима. По-видимому, это зависит от величины β_* , особенностей мощности источника частиц и состояния ионосферы. Здесь последнее слово принадлежит эксперименту.

Излучения с хоровой структурой. Хоры, пожалуй, одно из самых сложных и интересных явлений в ОНЧ- и КНЧ-диапазонах. Этот тип излучений наблюдается в обширной области магнитосферы, начиная от плазмопаузы и кончая магнитной оболочкой с $L \approx 10$, и тесно связан с различными проявлениями суббури в магнитосфере.

До сих пор, несмотря на обширный экспериментальный материал, отсутствует какая-либо законченная теория, которая позволила бы объяснить совершенно уникальные свойства хоро-

вых излучений. Отметим основные из них [57, 163, 174, 175]. Наиболее характерной особенностью хоров является вид динамического спектра. По наземным данным излучения представляют собой последовательность дискретных элементов с положительным наклоном ($d\omega/dt > 0$), частота следования которых составляет 1—10 Гц. Полная ширина полосы частот хоров $\Delta\omega \lesssim \omega$. Хоровые излучения чаще всего наблюдаются в утреннем секторе магнитосферы после того, как на ночном меридиане произошла суббурия, и обнаруживают хорошую магнитную сопряженность (особенно в ОНЧ-диапазоне). С хорами тесно связаны микровсплески высыпаний электронов с энергиями $\omega \gtrsim 20$ кэВ [176].

Наиболее вероятным механизмом генерации хоров является циклотронная неустойчивость РП*. ЦН позволяет объяснить ряд важных свойств хоров: тип и частотный диапазон волн (свистовая мода), область генерации вблизи экватора, высыпание электронов с энергиями $\omega \gtrsim 20$ кэВ, привязку к плазмплаузе.

Главная трудность теории связана с интерпретацией динамических спектров хоровых излучений. Самая простая модель — многократное переотражение одного и того же сигнала — не годится, так как в этом случае наклон элементов должен был бы непрерывно и монотонно меняться, чего в действительности не происходит. Кроме того, наблюдаемый положительный наклон спектральных элементов КНЧ-хоров не соответствует дисперсии свистовых сигналов. Авторы ряда работ (см., например, [85, 177]) высказывали соображения о влиянии нелинейных эффектов на формирование отдельных элементов хоров. Такое влияние, по-видимому, в ряде случаев действительно имеет место, когда интенсивный электромагнитный сигнал формирует пучок частиц, который может довольно долго «звучать», многократно переотражаясь между магнитными пробками. Однако для типичных хоровых всплесков с длительностью порядка часа должен существовать регулярный механизм формирования и поддержания периодически изменяющейся со временем функции распределения излучающих частиц. Согласно выводам работы [178] для этих целей наиболее подходящим является рассмотренный в работе [138] механизм рассортировки частиц по баунс-частотам в сочетании с неустойчивостью на баунс-резонансе. Этот механизм качественно сводится к следующему. Во время взрывной фазы суббурии в ночном секторе магнитосферы происходит почти мгновенная инжекция быстрых частиц с энергиями $\omega \sim 10$ кэВ. Далее частицы начинают дрейфовать от места инжекции. В частности, на рис. 5.7 показано, как

* Не исключено, что излучения типа хоров могут возбуждаться в результате неустойчивости на черенковском резонансе в разреженной плазме [77, 138].

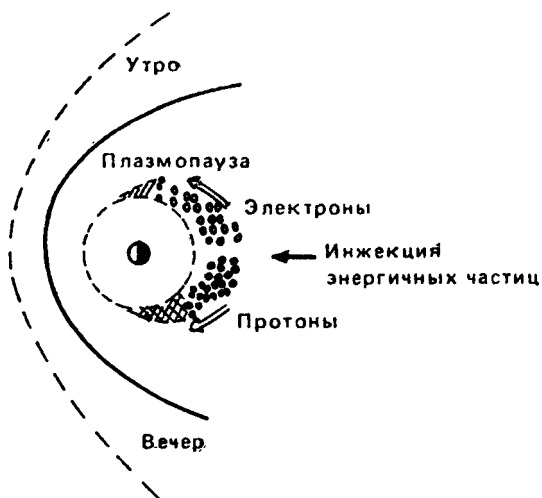


Рис. 5.7. Сечение магнитосферы плоскостью, проходящей через земной экватор. Заштрихована область, в которой возбуждаются утренние хоры и пульсации типа $Pi-1$ с. В области с двойной штриховкой возбуждаются геомагнитные колебания убывающего периода (КУП)

электроны дрейфуют на утреннюю сторону магнитосферы. При этом существенно эволюционируют угловой и энергетический спектры частиц. Из-за зависимости угловой скорости магнитного дрейфа от pitch-угла и энергии происходит пространственно-временная рассортировка частиц, в результате которой уменьшается разброс функции распределения по баунс-частотам. Таким образом, на достаточном удалении от места инъекции на утренней стороне магнитосферы функция распределения энергичных электронов приобретает довольно уникальное свойство: частицы осциллируют между магнитными пробками с почти одинаковой частотой, медленно зависящей от L и t . Этот вывод был получен без учета различного рода неустойчивостей, которые могут существенно трансформировать угловой и энергетический спектры частиц. Следует, однако, иметь в виду, что наиболее эффективная в этом плане ЦН возникает лишь в достаточно плотной плазме [24] в окрестности плазмопаузы либо в облаках оторвавшейся плазмы, которые существуют за пределами плазмосферы в течение недели после сильных магнитных возмущений [179].

Вблизи плазмопаузы необходимо учитывать еще один момент, связанный с существованием волноводов для быстрых магнитозвуковых волн [129]. Наличие таких волноводов значительно усиливает как эффекты ЦН, так и неустойчивости этих же электронов на баунс-резонансе по отношению к возбуждению низкочастотных быстрых магнитозвуковых колебаний.

В работе [140] отмечалось, что неустойчивости на баунс-резонансе наряду с рассмотренными в разд. 4.4 эффектами автомодуляции при малом разбросе энергичных электронов по баунс-частотам могут приводить к значительной группировке частиц и формированию сгустков, осциллирующих между магнитными пробками с баунс-частотой электронов. Расчеты, выполненные в работе [25], показали, что частицы с такой функцией распределения периодически излучают пакеты свистовых волн, следующие с частотой осцилляций электронного сгустка между магнитными пробками. При этом, однако, положительный наклон элементов на спектрограммах ($d\omega/dt > 0$) будет лишь в том случае, когда частота возбуждаемых сигналов выше так называемой носовой частоты ω_n [57], соответствующей минимальному времени группового распространения ($\omega_n \gtrsim \gtrsim \frac{1}{4} \omega_{BL}$).

Описанным способом можно объяснить происхождение ОНЧ-хоров, частоты которых выше носовой ($\omega > \omega_n$). Элементы ОНЧ-хоров, скорее всего, формируются при однократном прохождении области усиления. Это подтверждает и то обстоятельство, что интенсивность ОНЧ-хоров хорошо следит за амплитудой гидромагнитных пульсаций, период которых не намного превышает период следования отдельных элементов хоров.

Для КНЧ-хоров, частоты которых $\omega < \omega_n$, по-видимому, принципиальную роль играет многократное усиление пакета волн. Косвенным подтверждением высокой добротности магнитосферного резонатора в этом диапазоне частот служит отсутствие связи КНЧ-хоров с одновременно наблюдаемыми магнитными микропульсациями.

При многократном прохождении экваториальной плоскости наибольшее усиление будут испытывать КНЧ-сигналы, время группового распространения которых между сопряженными областями ионосферы кратно периоду осцилляции сгустка частиц между магнитными пробками. При этом пакет КНЧ-волн и сгусток электронов будут одновременно проходить экваториальную область магнитосферы и эффективно обмениваться энергией. Условие такого синхронизма записывается в виде

$$T_{гр}(\omega, L) = q T_b(L, v), \quad (5.49)$$

где $T_{гр} = 2 \int_{-l/2}^{+l/2} dz/v_{гр}$ — период группового распространения

волн по магнитосферному резонатору, T_b — баунс-период, $q = 1, 2, \dots$. В простейшем случае продольного распространения

КНЧ-волн (волновой вектор $\vec{\kappa} \parallel \vec{B}$) зависимость $T_{гр}(\omega, n_{pL})$ на частотах $\omega \ll \omega_{BL}$ имеет следующий вид:

$$T_{гр} = l \omega_{pL} / c (\omega \omega_{BL})^{1/2} = (4 \pi e / B_L c)^{1/2} \cdot l \cdot (n_{pL} / \omega)^{1/2}, \quad (5.50)$$

где ω_{pL} и ω_{BL} — плазменная и гирочастота электрона в экваториальной плоскости. В соответствии с формулами (5.49) и (5.50) на фиксированной магнитной оболочке L будет эффективно усиливаться квазимонохроматический КНЧ-сигнал. Учитывая возможную многомодовость магнитосферного волновода, будем иметь дискретный набор усиливаемых частот с одним и тем же временем группового распространения.

На плазмопаузе и в облаках оторвавшейся плазмы резко меняется концентрация магнитосферной плазмы, а следовательно, и время группового распространения (5.50). Поэтому в соседних силовых трубках магнитного поля в соответствии с равенством (5.49) будут возбуждаться сигналы с разными частотами. Если теперь учесть, что наземный пункт приема регистрирует сигналы, приходящие с различных направлений и разных L -оболочек, то на спектрограмме получим периодическую во времени последовательность вертикальных элементов. Ширина полосы частот КНЧ-хоров зависит от перепада концентрации на плазмопаузе (на облаке оторвавшейся плазмы). Чтобы найти ширину спектра, наряду с равенствами (5.49) и (5.50) необходимо использовать условие циклотронного резонанса

$$\omega - \omega_{BL} = \kappa v_{\parallel L}. \quad (5.51)$$

Для реализации условия (5.51) на частотах $\omega \ll \omega_{BL}$ должно выполняться следующее неравенство:

$$\omega \geq \omega_{BL} / \beta_* = (\omega_{BL} B^2_L / 4 \pi m v_0^2) n_{pL}^{-1}. \quad (5.52)$$

Здесь учтено, что параллельная составляющая скорости частицы на магнитном экваторе $v_{\parallel L}$ не превосходит скорости излучающих частиц v_0 . Условия (5.49), (5.50) и (5.52) на плоскости (ω, n_{pL}) при фиксированном T_b и заданном перепаде концентрации на плазмопаузе определяют максимально возможный диапазон возбуждаемых частот. Интересно, что минимальная частота КНЧ-хоров при достаточно низкой концентрации за плазмопаузой ($n_{pL} < q T_b B^2_L / 4 \pi l m v_0$) определяется только геометрическими факторами

$$\frac{\omega_{\min}}{\omega_{BL}} = \frac{l}{q T_b v_0}. \quad (5.53)$$

Используя далее выражение для T_b , получаем

$$\frac{\omega_{\min}}{\omega_{BL}} = \frac{l}{2 \pi r_0 L q \delta}, \quad (5.54)$$

где $\delta \approx 0,6 \div 0,8$. Отсюда, например, для $L=4$ имеем $\omega_{\min} = \omega_{BL} / 3q$. В КНЧ-диапазоне $q \geq 2$, а так как эффективность усиления падает с ростом q , то минимальная частота КНЧ-

хоров будет определяться формулой (5.54) с $q=2$, т. е. $\omega_{\min} \approx \omega_{BL}/6$. Максимально возможная частота в спектре зависит от максимальной на перепаде концентрации фоновой плазмы n_{pL} и энергии частиц РП ω_0 , причем

$$\frac{\omega_{\max}}{\omega_{\min}} \approx \frac{l\beta_*}{qT_b v_0}. \quad (5.55)$$

Кинематические соотношения (5.54) и (5.55) определяют максимально возможную ширину спектра. Реальная полоса КНЧ-хоров должна быть уже, так как надо еще обеспечить надпороговость по концентрации и анизотропии горячей плазмы.

Предлагаемая модель позволяет объяснить появление на спектрограммах в КНЧ-диапазоне периодической последовательности вертикальных элементов с периодом повторения, близким к T_b . Реальные спектрограммы имеют более сложный вид. Во-первых, наблюдается небольшой положительный (иногда отрицательный) наклон элементов. Во-вторых, прослеживается тонкая структура элементов в виде расслоения на серию отдельных близко расположенных сигналов. Наклон элементов может быть обусловлен тем обстоятельством, что отражение свистовых сигналов в магнитосфере происходит не от уровня нижней кромки ионосферы, а от области, в которой частота сигнала порядка нижней гибридной частоты. Если принять это во внимание, то с учетом ионосферного провала можно объяснить наклон хоровых элементов, связанный с групповым запаздыванием проходящих на земную поверхность сигналов. Не исключено, что расслоение хоровых сигналов связано с многомодовостью магнитосферного резонатора.

Предложенная теоретическая модель допускает однозначную экспериментальную проверку с помощью спутниковых измерений. На общее благоприятное соответствие модели с экспериментальными данными указывают результаты работ [180, 181], в которых отмечено, что на высоко летящих спутниках наблюдаются узкополосные хоровые сигналы с волновыми векторами, близкими к направлению магнитного поля. Частоты этих сигналов меняются при пролете спутника поперек магнитных оболочек.

Триггерные сигналы. Триггерными принято называть дискретные сигналы КНЧ- и ОНЧ-диапазонов с частотами 0,2—30 кГц, исходящие из магнитосферы после воздействия на нее квазимонохроматического сигнала. Наблюдения показывают, что мощный свистящий атмосферик сопровождается всплесками дискретных излучений длительностью до 20 с. Дискретные КНЧ- и ОНЧ-излучения могут возбуждаться и под действием радиоизлучения наземных СДВ-передатчиков [57, 66].

Спектральные формы триггерных сигналов более разнообразны по сравнению с хорами. Они состоят из многих различ-

ных, но чаще растущих тонов (райзеров) длительностью 0,1—0,2 с. Уже в первых экспериментах было обнаружено, что триггерные сигналы в 96 % случаев наблюдаются после сигнала тире длительностью 150 мс и только в 4 % случаев после точек в 50 мс. Кроме того, начало излучения запаздывает по отношению к началу возбуждающего сигнала примерно на 100 мс. Триггерное излучение генерируется вблизи вершины магнитной силовой линии. С наибольшей вероятностью возбуждение таких излучений имеет место, когда частота запускающего сигнала равна половине минимальной гирочастоты вдоль магнитной силовой линии ($\omega = \omega_{BL}/2$).

Относительное постоянство амплитуды излучений указывает на нелинейный характер возбуждения триггерных сигналов. Об этом же свидетельствует предпочтительное возбуждение более длинными электромагнитными импульсами. Особенно примечательно, что средняя частота узкополосного излучения может изменяться весьма существенно (частота триггерных сигналов может меняться вдвое) при незначительном изменении амплитуды колебаний.

По современным представлениям, первопричиной триггерных излучений служит взаимодействие на циклотронном [85, 95, 101, 177, 182, 183] либо на черенковском [102, 184] резонансах запускающего электромагнитного импульса с энергичными электронами РП (некоторые вопросы этого взаимодействия были затронуты в разд. 1.4).

В связи с объяснением свойств триггерного излучения обычно обсуждаются два механизма. Один из них — антенный. Он обусловлен тем, что исходный монохроматический ОНЧ-сигнал формирует в области взаимодействия с частицами пучок сфазированных электронов. При выходе из области взаимодействия этот сторонний ток начинает излучать свистовые волны на локальном черенковском и циклотронном резонансах. В результате в неоднородном магнитном поле возбуждаются дискретные эхо-сигналы с переменной частотой. В этом плане особенно убедительной представляется модель, рассмотренная в работе [102], где предполагается, что сфазированный пучок энергичных электронов взаимодействует с косыми свистовыми волнами в окрестности половины минимальной гирочастоты вдоль силовой линии магнитного поля ($\omega = \omega_{BL}/2$). Указанная частота выделена тем, что на ней фазовая и групповая скорости свистовых волн совпадают. Выполненные в работе [102] расчеты показали, что такой синхронизм объясняет спектральные свойства триггерных сигналов, а также может приводить к усилению эффекта переизлучения и возрастанию амплитуды свистового эха до уровня исходной волны.

В качестве еще одного механизма генерации триггерного излучения в работах [95, 183] анализировалась неустойчивость винтового пучка, сформированного исходной монохрома-

тической волной. При этом частотный ход излучения объяснялся разлетом пучка и изменением локальных условий циклотронного резонанса. В настоящее время остается неисследованным совместное проявление антенного механизма и механизма, связанного с неустойчивостью. Отметим, что решение этого вопроса важно не только для понимания природы триггерных сигналов, но и тонкой структуры хоровых излучений.

Некоторые особенности геомагнитных пульсаций диапазона Pc-1. Хорошо известно (см., например, [10, 79, 129, 185, 186]), что ЦН протонной компоненты РП может быть ответственна за возбуждение гидромагнитных эмиссий в диапазоне частот от 0,1 до 10 Гц. Для объяснения свойств этих излучений весьма плодотворно удается использовать теорию АМ. Напомним, что характерные рабочие частоты протонного АМ можно оценить с помощью соотношения $\omega \sim (\omega_{BL}/\beta_*^{1/2})_i$, содержащего характеристики протонов в экваториальном сечении рассматриваемой трубки магнитного поля. В протонном АМ, так же как и в электронном, возможны различные режимы генерации (стационарные, релаксационные, автоколебательные и т. д.), которые во многом определяют структуру динамических спектров геомагнитных пульсаций Pc-1 и Pi-1, -2.

Учет особенностей процессов в протонных АМ снимает ряд теоретических трудностей, которые возникли при интерпретации новых экспериментальных данных о геомагнитных пульсациях типа «жемчужин», типичная спектрограмма которых приведена на рис. 5.8. На земной поверхности жемчужины регистрируются в виде уединенных пакетов волн с растущими частотами. Эти пакеты образуют периодическую последовательность импульсных сигналов с периодом повторения $T \sim 50 \div 400$ с и примерно такой же длительностью каждого элемента $\Delta t (\Delta t \lesssim T)$

[129, 185]. Внутри отдельного элемента на динамическом спектре наблюдается частотный дрейф в сторону повышения частоты со скоростью $\frac{1}{2\pi} \frac{d\omega}{dt} \sim 2 \cdot 10^{-3}$ Гц·с⁻¹, хотя встречаются и

сигналы с обратным дрейфом. Синхронные наблюдения геомагнитных пульсаций на спутнике ГЕОС-1 показали, что, когда на земной поверхности регистрировались жемчужины, вблизи вершины соответствующей магнитной трубки отмечались бесструктурные или плохо структурированные эмиссии, сложным образом связанные с наблюдаемыми на Земле сигналами [187, 188].

Отмеченные особенности электромагнитных излучений естественным образом объясняются в рамках теории альфвеновского свип-мазера. Как уже отмечалось в разд. 1.1, существенная особенность протонных АМ связана с тем, что магнитосферный резонатор альфвеновских волн имеет на торцах дополнительные ионосферные резонаторы, служащие аналогом резонаторов

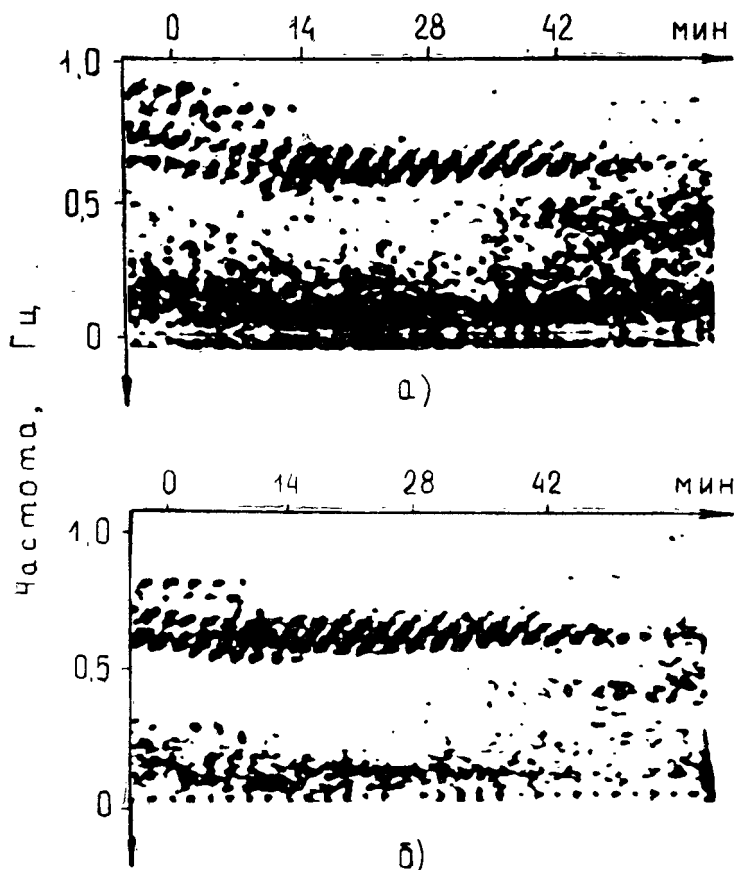


Рис. 5.8. Типичные динамические спектры «жемчужин», зарегистрированных в сопряженных полушариях

Фабри—Перо. Такая особенность протонных АМ обеспечивает возбуждение специфического пикового режима генерации сигналов, спектральные формы которых полностью формируются ионосферой. Частотная фильтрация сигналов в ионосфере, поясненная изображенной на рис. 5.9 схемой, меняется в такт с генерацией электромагнитных волн.

Опираясь на результаты разд. 4.3, сделаем некоторые количественные оценки. В соответствии с выражением (4.35) условия формирования тонкой структуры электромагнитных излучений определяются тремя параметрами: коэффициентом $T_I/T_{гр}$, характеризующим скорость релаксации возмущений концентрации электронов на высотах ионосферного слоя E ; потоком высыпающихся частиц S_0 , пропорциональным мощности источника частиц в трубке магнитного поля, а также величиной

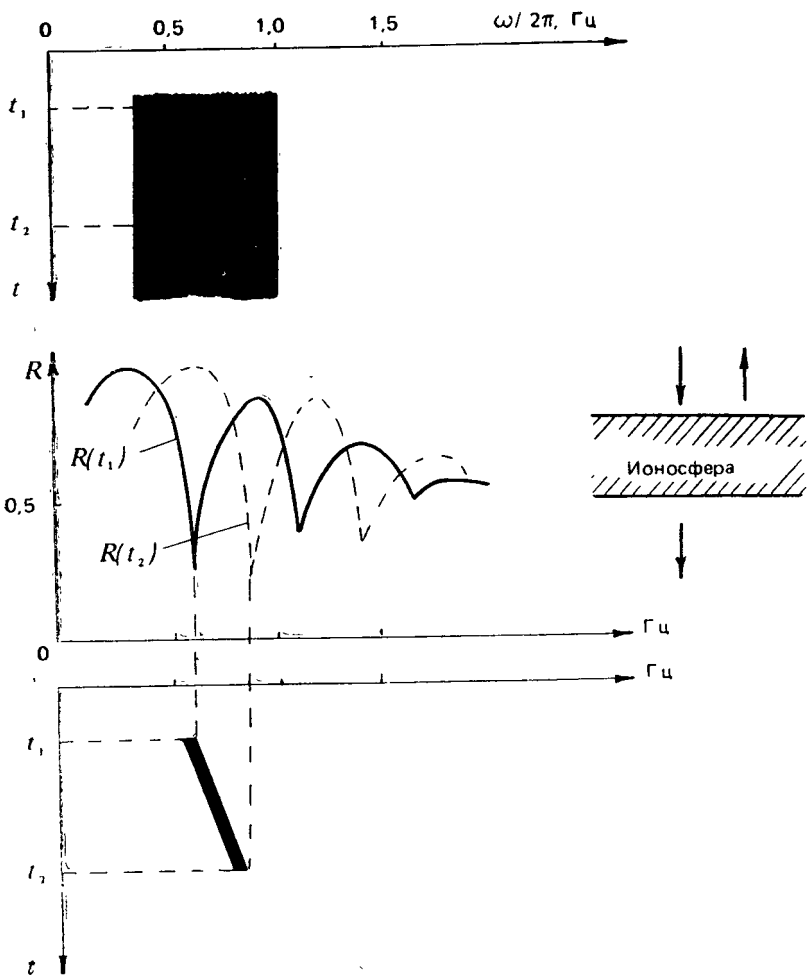


Рис. 5.9. Схема ионосферной фильтрации колебаний геомагнитного поля диапазона Рс-1. Максимальное прохождение сигнала на поверхность Земли соответствует минимуму в коэффициенте отражения

$\partial R/\partial n_I$, характеризующей чувствительность АМ к изменению концентрации электронов в ионосфере. В течение суток параметры $T_I/T_{гр}$ и $\partial R/\partial n_I$ меняются в широких пределах и оптимальные соотношения между ними в смысле возбуждения пиковых режимов генерации соответствуют утренним часам по местному времени. Этот вывод согласуется с суточным ходом среднего числа появления жемчужин. В благоприятных условиях возбуждение пикового режима генерации альфвеновского свип-мазера практически не имеет порога по мощности источника частиц (по крайней мере, в режиме слабой питч-угловой

диффузии). Это тоже согласуется с экспериментальными данными о жемчужинах. Согласно выводам работ [126, 135] коэффициент $|\partial R/\partial n_I|$ максимален утром и вечером, когда достигает значений $|\partial R/\partial n_I| \sim 2 \cdot 10^{-5} \text{ см}^3$. При средней энергии протонов РП $w_i \sim 200 \text{ кэВ}$, $\chi \sim 10^{-2} \text{ см}^{-1}$ (см. (4.6)), $T_I/T_{\text{гр}} \sim 1/2 \pi$ и типичной для слабо возмущенных условий плотности потока высыпающихся частиц $S_0 \sim 3 \cdot 10^4 \text{ см}^{-2} \text{ с}^{-1}$ с помощью соотношений (4.21б) и (4.35) нетрудно проверить, что $\gamma_{\text{max}} \sim 10^{-2} \text{ с}^{-1}$. Поэтому тонкая структура излучений АМ формируется за несколько проходов пакета альфвеновских волн через радиационный пояс. Отметим, что связь жемчужин с пакетами альфвеновских волн предполагалась и плодотворно использовалась во многих работах (см., например, [79, 185, 186] и цитированную там литературу).

5.5. АЛЬФВЕНОВСКИЕ МАЗЕРЫ В МАГНИТОСФЕРЕ ЮПИТЕРА И АТМОСФЕРЕ СОЛНЦА

Сопоставление магнитосфер Земли и Юпитера обнаруживает целый ряд общих черт, хотя есть и существенные различия в конкретной структуре РП Юпитера, обусловленные быстрым вращением планеты, низкой концентрацией фоновой плазмы и ее сосредоточением в экваториальной плоскости, высокими энергиями частиц, осаждением частиц на спутники и вторичной эмиссией с них. Эти различия накладывают свой отпечаток на протекание нестационарных процессов при функционировании АМ в радиационных поясах Юпитера, что можно проиллюстрировать на следующем примере.

Эксперименты, выполненные на «Пионере-10», показали, что потоки электронов в РП Юпитера промодулированы с периодом вращения планеты [189]. Оставалось неясным, какой характер имеет эта десятичасовая модуляция: пространственный или временной. В статье [190] была предложена модель пространственной модуляции, основанная на предположении о том, что основная масса энергичных электронов имеет высокие точки отражения и локализована вблизи магнитного экватора. В таком случае из-за вращения планеты космический аппарат может периодически оказываться в зоне сильных и слабых потоков. Эта гипотеза не подтвердилась данными с «Пионера-11», имевшего более высокоширотную траекторию. Измеренные этим космическим аппаратом потоки электронов оказались тоже промодулированными, а по величине не меньше тех, которые регистрировались в приэкваториальной области. Анализ фазы огибающей потоков энергичных электронов в солнечном ветре, на стадии сближения с планетой и при удалении от нее, дал возможность авторам обзора [189] сделать вывод о временном характере модуляции. Начиная с работы [191] для объяснения

этого эффекта использовалось несколько качественных моделей, каждая из которых, как отмечено все в том же обзоре [189], имеет свои трудности.

В работе [41] в рамках релятивистской системы квазилинейных уравнений изучены колебательные режимы АМ в электронных РП, лежащих за пределами плазменного тора спутника Ио, т. е. на расстояниях более пяти радиусов от поверхности Юпитера. Выполненные расчеты показали, что резонансная частота АМ определяется следующим выражением:

$$\Omega_J = \left(\frac{c}{r_0} D_0 |\ln R| \right)^{1/2}. \quad (5.56)$$

Здесь учтена установленная в статьях [192—193] степенная зависимость коэффициента диффузии по магнитным оболочкам $D_{LL} = D_0 L^\alpha$ с $\alpha \approx 4$ и $D_0 \approx 10^{-10} \text{ с}^{-1}$, $r_0 = 7 \cdot 10^9 \text{ см}$ — радиус Юпитера, $|\ln R| \approx 3$. Выражение (5.56) показывает, что с той точностью, с которой известны характеристики магнитосферы Юпитера, резонансная частота не зависит от магнитной оболочки $\Omega_J \approx 10^{-4} \text{ с}^{-1}$. Эта частота практически совпадает с угловой скоростью вращения Юпитера ($\omega_J = 1,94 \cdot 10^{-4} \text{ с}^{-1}$). Вращение планеты с наклонным магнитным полем создает возмущения, изменяющие третий адиабатический инвариант частиц. Это обеспечивает резонансную силу, которая эффективно раскачивает высокочастотные ($Q_J = \Omega_J / 2 v_J \approx 10^2$) колебания параметров АМ. Наличие такого глобального резонанса объясняет экспериментальные данные о глубокой десятичасовой модуляции параметров внешних электронных РП Юпитера.

Для солнечной атмосферы тоже характерны открытые магнитные ловушки с пробочной конфигурацией. Выполненный к настоящему времени анализ параметров этих ловушек (см., например, [196, 197]) показал возможность превышения порогов самовозбуждения электромагнитной турбулентности, включая свистовые и альфвеновские волны. Самосогласованная электромагнитная турбулентность может контролировать состояние горячей плазмы и тем самым определять характер ее радионизлучения. В работе [198] теория АМ использовалась для описания колебательных процессов в солнечных плазменных мазерах и объяснения пульсирующей структуры декаметровых радиовсплесков [199].

В солнечных плазменных мазерах довольно специфичным является вопрос о добротности резонатора для электромагнитных волн. Дело в том, что там концентрация плазмы довольно высока, а длина электромагнитных волн мала, и не известны неоднородности, от которых волны могли бы эффективно отражаться. В то же время в условиях солнечной короны довольно значительным является объемное затухание волн. Поэтому при низких уровнях мощности электромагнитного излучения целе-

сообразно развивать теорию мазеров без отражения волн от торцов, но с учетом их объемного затухания.

С другой стороны, при увеличении плотности энергии электромагнитных волн становится существенным индуцированное рассеяние волн на частицах фоновой плазмы [103, 200]. Этот эффект может играть роль нелинейных зеркал в системе. Кроме того, он способствует ориентации волновых векторов по магнитному полю. Расчеты показывают, что такая мазерная система может реализоваться в арках солнечной короны при взаимодействии захваченных протонов с альфвеновскими волнами. Более подробно этот вопрос изучен в работе [201].

Для солнечных арок характерен еще один мазер с медленным выносом волн, соответствующий неустойчивости плазменных колебаний. В простейшем случае, когда магнитное поле слабое, наиболее эффективная конусная неустойчивость реализуется в окрестности верхнего гибридного резонанса [202]. Самосогласованная система квазилинейных уравнений для этой неустойчивости после усреднения по периодам баунс-колебаний частиц отличается от уже известных нам уравнений в основном только другими переменными одномерной диффузии. Диффузия происходит не по пич-углам, а по поперечной энергии. Это увеличивает энергообмен волн с частицами, и в стационарном состоянии у функции распределения формируются хвосты ускоренных частиц. В остальном для такого мазера характерны многие из режимов, свойственных АМ. Например, частота периодического режима по-прежнему определяется формулой (3.1).

По современным представлениям [203], значительная часть всплесков солнечного радиоизлучения четвертого типа генерируется в результате слияния двух плазменных колебаний с формированием электромагнитного излучения на частоте $2\omega_p$. Если допустить колебательный характер конусной неустойчивости, то легко объяснить квазипериодические всплески четвертого типа. Отметим, что для интерпретации этой закономерности использовались и некоторые другие модели [204].

5.6. АЛЬФВЕНОВСКИЕ МАЗЕРЫ В ЛАБОРАТОРНЫХ УСЛОВИЯХ

Результаты изучения альфвеновских мазеров позволяют продвинуться в понимании физических механизмов, ответственных за пиковую генерацию электромагнитных волн в лабораторных открытых плазменных магнитных ловушках [205—209]. Такая генерация возникала в плазменных установках, созданных, например, для удержания плазмы, и сопровождалась быстрым уходом плазмы на стенку.

В работах [205—209] описаны эксперименты с открытыми магнитными ловушками, в которых величина магнитного поля

была в пределах $B \sim 10^2 \div 10^3$ Гс, а пробочное отношение $\sigma \sim 1,1 \div 3$. Двухкомпонентная плазма, состоящая из относительно плотной холодной компоненты с концентрацией $n_p \sim 10^{11} \div 10^{12}$ см⁻³ и характерной энергией частиц $\omega_p \sim 10 \div 10^2$ эВ и добавка энергичных электронов с $n/n_p \sim 0,1$ и $\omega \sim 10 \div 10^2$ кэВ, создавалась либо в процессе магнитного сжатия (адиабатического или неадиабатического), либо в условиях циклотронного пробоя (на первой или второй гармонике электронной гирочастоты). По мере эволюции магнитного поля и параметров плазмы (на стадии ускорения частиц или распада плазмы) обычно, когда плазменная частота в центральном сечении ω_{pL} становилась порядка гирочастоты электронов ω_{BL} , возникала короткая вспышка электромагнитного излучения. Длительность вспышки Δt была много меньше характерного времени распада плазмы T ($T \sim 10^{-7} \div 10^{-6}$ с, $\Delta t/T \sim 10^{-3}$). В работе [207] отмечалось, что если источник энергичных электронов действовал непрерывно, то вспышки периодически повторялись. В процессе вспышек возбуждались волны с частотами $\omega \sim (0,5 \div 0,9) \omega_{BL}$ и круговой поляризацией в сторону вращения электронов.

Совокупность перечисленных экспериментальных фактов указывает на то, что в лабораторных установках возбуждалась циклотронная неустойчивость, характерная для альфвеновских мазеров. Такая модель развивалась в работе [210], где предложена количественная интерпретация экспериментальных данных, основанная на теории пичковых режимов работы АМ с нелинейными зеркалами, и показано, что при достижении равенства $\omega_{pL}(t) = \omega_{BL}$ в процессе распада плазмы в магнитной ловушке при определенных условиях происходит резкое увеличение коэффициента отражения волн от торцов, которое контролируется интенсивностью излучения в системе и приводит к пичковому режиму генерации. Возможен и другой способ достижения взрывной генерации волн, основанный на уменьшении объемного затухания волн из-за кулоновских соударений при прогреве фоновой плазмы в магнитной ловушке возбуждаемым в системе электромагнитным излучением.

Указанные выше эффекты [210] предлагается использовать для создания генераторов сверхкоротких импульсов электромагнитного излучения.

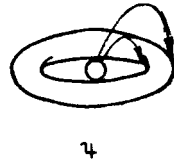
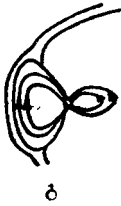
5.7. ОБСУЖДЕНИЕ.

ДРУГИЕ ПРИМЕНЕНИЯ ТЕОРИИ АЛЬФВЕНОВСКИХ МАЗЕРОВ

Приведенные в настоящем разделе примеры дают определенный опыт использования теории АМ для объяснения ряда явлений в космической и лабораторной плазме. Различные варианты реализации АМ и основные режимы их работы схематически показаны на рис. 5.10. С точки зрения общих позиций

Радиационные пояса Земли

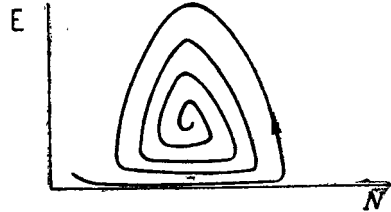
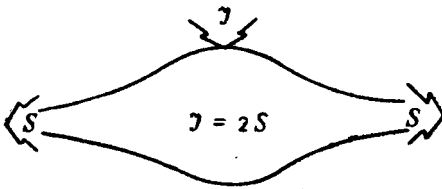
Радиационные пояса Юпитера



АЛЬФВЕНОВСКИЕ

Стационарный режим

Релаксационные колебания



Шумовые излучения

Затухающая модуляция

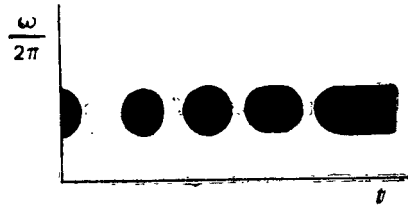
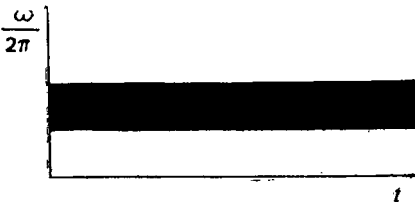


Рис. 5.10. Функциональные процессы в АМ и их

многие из установленных выше закономерностей связаны с двумя обстоятельствами:

- осуществлением самосогласованного режима взаимодействия частиц и волн в условиях развитой неустойчивости;
- наличием источников и стоков частиц и волн.

Это довольно общие условия. Поэтому дальнейшее развитие данного научного направления связано с включением в рассмотрение новых объектов и новых типов неустойчивостей. В настоящее время просматривается и уже отчасти начинает раз-

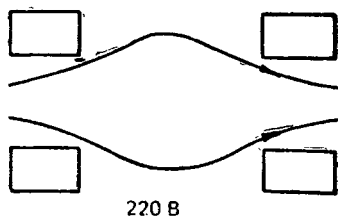
Магнитные пучки в солнечной короне



⊙

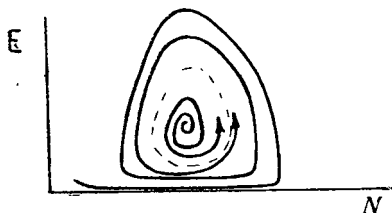
МАЗЕРЫ

Лабораторные установки

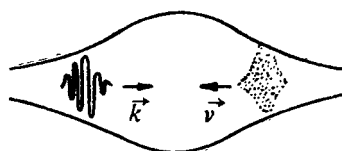


220 В

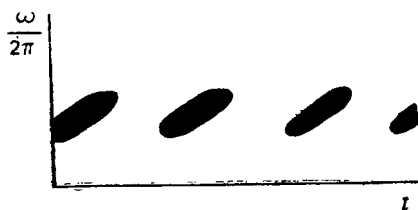
Автоколебания



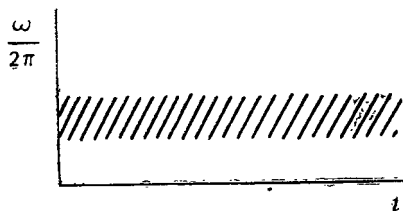
Пролетные эффекты



Квазипериодические излучения



Дискретные эмиссии



проявления в электромагнитных излучениях

виваться несколько перспективных вариантов обобщения теории АМ.

Близкая во многих отношениях ситуация характерна для конусной неустойчивости плазменных колебаний в полосе верхнего гибридного резонанса. По современным представлениям, эта неустойчивость определяет состояние потоков надтепловых электронов в арках солнечной короны и ответственна за формирование некоторых разновидностей спорадического солнечного радиоизлучения [202]. Похожая схема генерации электромагнитных волн в условиях разреженной плазмы в по-

следние годы стала обсуждаться в связи с объяснением связанного со спутником Ио узкополосного декаметрового радиоизлучения Юпитера [211].

С уменьшением плотности плазмы и ростом энергии излучающих частиц важную роль начинает играть электромагнитная неустойчивость на частотах выше локальной гирочастоты электронов [212—215]. С данной неустойчивостью, по-видимому, связано километровое излучение Земли, а также некоторые типы декаметрового радиоизлучения Юпитера [203, 213, 216, 217]. Эти электромагнитные излучения имеют тонкую структуру, которая во многом аналогична рассмотренным выше хорошим и квазипериодическим сигналам, генерируемым в земных радиационных поясах. Указанная электромагнитная неустойчивость развивается в кавернах с пониженной плотностью плазмы, которые при определенных условиях могут служить резонаторами для электромагнитных волн [215]. Следовательно, реализуется типичная мазерная система с источниками и стоками частиц и волн, которой, вероятно, свойственны многие закономерности, обнаруженные при изучении АМ.

Интересной самосогласованной плазменной системой является пучково-плазменный разряд. Такой разряд реализуется в высокоширотной ионосфере при вторжении потоков магнитосферных частиц [218], а также в ряде лабораторных установок [219]. Характерен он и для активных космических экспериментов [220—221]. Изучение вопросов устойчивости и динамики пучкового разряда в ограниченных объемах плазмы, кроме известной специфики данной проблемы, тоже будет иметь много общего с развитой выше теорией АМ. На это уже имеются определенные указания и в литературе [222].

В лабораторных условиях кроме циклотронной реализуются и другие типы неустойчивостей, самосогласованная теория которых имеет много общего с АМ. Это касается, например, конусной неустойчивости на электростатической моде. В работе [223] элементы теории АМ обобщены на случай конусно-дрейфовой неустойчивости протонов. Соответствующие теоретические выводы в настоящее время успешно используются для объяснения релаксационных колебаний параметров плазмы в токамаках. К процессам в токамаках имеет отношение и уже упомянутое обобщение теории АМ [222], связанное с анализом колебательных режимов пучковых неустойчивостей.

Остается актуальной проблематика и традиционной теории АМ, связанной с циклотронной неустойчивостью радиационных поясов. Это относится, например, к особенностям распада протонного кольцевого тока в фоновой плазме со сложным ионным составом. Наличие ионов с разными массами (водород, гелий, кислород) существенно влияет на динамику АМ: Гирочастоты тяжелых ионов могут попадать в диапазон возбуждаемых в АМ волн. Поэтому малые добавки тяжелых ионов мо-

гут служить нелинейным поглощающим элементом в АМ, а при определенных условиях и хорошими зеркалами для электромагнитных волн на частотах выше гирочастоты тяжелых ионов [224, 225]. Еще одна особенность АМ в плазме со сложным ионным составом связана с появлением основанного на гирорезонансном поглощении прямого канала передачи энергии от энергичных протонов к тяжелым ионам. Такой механизм ускорения является одной из возможных причин изменения ионного состава кольцевого тока магнитосферы (ионного радиационного пояса) в период магнитных бурь. Более детальный анализ этого вопроса можно найти в работах [224, 225].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, развитая выше теория объясняет закономерности формирования электромагнитных излучений и потоков частиц в АМ. С ее помощью удалось проанализировать основные режимы работы АМ — стационарные, релаксационные колебательные, автоколебательные и др., а также выяснить механизмы образования тонкой структуры динамических спектров волн. Установлена важная роль плазменной специфики АМ и нелинейных связей между отдельными компонентами системы, обусловленных в первую очередь воздействием потоков частиц и электромагнитного излучения на параметры резонатора. На рис. 5.10 качественно отражены наиболее важные режимы работы АМ и некоторые физические объекты, где они могут функционировать.

Безусловно, возможны и другие варианты реализации мазерных систем, основанных на различных плазменных неустойчивостях. Это может быть конусная неустойчивость электростатических волн в открытой магнитной ловушке, пучково-плазменный разряд в ограниченной системе, электромагнитная неустойчивость на частотах выше электронной циклотронной в разреженной плазме и др. Источники и стоки частиц и волн при развитии указанных неустойчивостей обеспечивают реализацию многих свойств, характерных для АМ.

За пределами данной монографии остались весьма важные аспекты исследований причин возбуждения электромагнитных излучений со стохастическим изменением интенсивности [226], характерным для некоторых типов квазипериодических и хороших сигналов. Значительный интерес представляет также изучение нелинейного взаимодействия свистовых и альфвеновских волн с фоновой плазмой. Работа в этом направлении связана с анализом индуцированного рассеяния волн на частицах, трехволновых взаимодействий, самовоздействия и самофокусировки волн. Перечисленные эффекты могут оказывать существенное влияние на формирование тонкой структуры электромагнитных излучений, процессы образования вытянутых вдоль магнитного поля волноводов и обмен энергией между энергичными частицами и фоновой плазмой. Все эти вопросы заслуживают специального рассмотрения.

Резюмируя современное состояние теории АМ, отметим еще раз, что она базируется преимущественно на квазилинейном описании плазменных процессов. Использование квазилинейного описания циклотронной неустойчивости в рассмотренных физических объектах оправдано рядом обстоятельств: относительно малой мощностью источников энергичных частиц и, как следствие, низким уровнем волновой турбулентности; сравнительно

сильной неоднородностью магнитного поля и наличием плотной фоновой плазмы. По-видимому, в рамках развитой выше теории можно достаточно уверенно говорить об энергетических и макроскопических характеристиках АМ. Это режимы работы АМ, средние потоки захваченных и высыпающихся частиц, грубые характеристики динамических спектров излучений, связь с пульсациями магнитных трубок, нелинейные и селективные свойства зеркал и т. д. Справедливость сделанного утверждения достаточно хорошо подтверждается сопоставлением развитой теории с экспериментальными данными.

Вместе с тем эксперимент нередко свидетельствует о нарушении квазилинейного приближения, когда квазишумовые излучения при более внимательном анализе с высоким частотно-временным разрешением обнаруживают наличие квазимонохроматических сигналов. Такие сигналы особенно характерны для максимальной фазы вспышки пульсирующих излучений, хороших излучений и некоторых типов геомагнитных пульсаций.

Одной из естественных причин нарушения квазилинейного приближения является особенность релаксации функции распределения в неоднородной плазме. В ряде случаев из-за этого возникают сильные нерегулярности на функции распределения. Об этом можно судить, например, по рассмотренной в разд. 3.7 задаче о подключении к циклотронной неустойчивости новых резонансных частиц.

Еще один важный механизм нарушения квазилинейного приближения обусловлен бунчировкой частиц в поле волн и формированием эхо-сигналов в неравновесной плазме с неоднородным магнитным полем. С такого типа эффектами, по современным представлениям, связано возбуждение так называемых триггерных излучений (см. разд. 5.4). Поэтому назревшей проблемой является включение в теорию АМ когерентных эффектов, учитывающих влияние на развитие циклотронной неустойчивости бунчировки и захвата частиц в поле отдельных квазимонохроматических сигналов, а также связанную с этим возможность возникновения монохроматических фрагментов на фоне шумового электромагнитного излучения. В этом плане теория АМ приближается к теории лабораторных мазеров на циклотронном резонансе, которая получила глубокое и плодотворное развитие в электронике [42, 43]. Фактически теория мазеров на циклотронном резонансе соответствует другому предельному случаю. В ней основным объектом изучения являются квазимонохроматические сигналы в однородном магнитном поле. Соответственно обобщение этой теории на случай неоднородного магнитного поля с включением в рассмотрение более широкого класса источников и стоков частиц и волн было бы одновременно и решением актуальной проблемы теории альфвеновских мазеров.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сагдеев Р. З., Шафранов В. Д. О неустойчивости плазмы с анизотропным распределением скоростей в магнитном поле. — ЖЭТФ, 1960, т. 39, в. 1, с. 181—184.
2. Трахтенгерц В. Ю. О механизме генерации ОНЧ-излучения во внешнем радиационном поясе Земли. — Геомагнетизм и аэрномия, 1963, т. 3, № 3, с. 442—451.
3. Brice N. M. Fundamental of VLF emission generation mechanisms. — J. Geophys. Res., 1964, v. 69, N 21, p. 4515—4522.
4. Веденов А. А., Велихов Е. П., Сагдеев Р. З. Квазилинейная теория колебаний плазмы. — Nucl. Fusion, Suppl., 1962, v. 2, part 2, p. 465—475, 491—494, 822, 834—835, 858—859.
5. Романов Ю. А., Филиппов Г. Ф. Взаимодействие потоков быстрых электронов с продольными плазменными волнами. — ЖЭТФ, 1961, т. 40, в. 1, с. 123—132.
6. Drummond W. E., Pines D. Non-linear stability of plasma oscillations. — Nucl. Fusion, Suppl., 1962, v. 2, part 3, p. 1049—1057, 1109—1110, 1287, 1295—1296, 1300—1301.
7. Андронов А. А., Трахтенгерц В. Ю. Кинетическая неустойчивость внешнего радиационного пояса Земли. — Геомагнетизм и аэрномия, 1964, т. 4, № 2, с. 233—242.
8. Трахтенгерц В. Ю. О стационарных состояниях внешней радиационной зоны Земли. — Геомагнетизм и аэрномия, 1966, т. 6, № 5, с. 827—836.
9. Kennel C. F., Petschek H. E. Limit on stably trapped particle fluxes. — J. Geophys. Res., 1966, v. 71, N 1, p. 1—28.
10. Тверской Б. А. Динамика радиационных поясов Земли. М.: Наука, 1968. 223 с.
11. Гершман Б. Н., Трахтенгерц В. Ю. Ультранизкочастотное радиоизлучение верхней атмосферы и его связь с другими геофизическими явлениями. — УФН, 1966, т. 89, № 2, с. 201—225.
12. Трахтенгерц В. Ю. К нелинейной теории циклотронной неустойчивости радиационных поясов Земли. — Геомагнетизм и аэрномия, 1967, т. 7, № 2, с. 339—341.
13. Kennel C. F. Consequences of a magnetospheric plasma. — Rev. Geophys., 1969, v. 7, N 1/2, p. 339—419.
14. Roux A., Solomon J. Self-consistent solution of quasilinear theory: Application to the spectral shape and intensity of VLF waves in a magnetosphere. — J. Atm. Terr. Phys., 1971, v. 33, N 9, p. 1457—1471.
15. Etcheto J., Gendrin R., Solomon J., Roux A. A self-consistent theory of magnetospheric ELF hiss. — J. Geophys. Res., 1973, v 78, N 34, p. 8150—8166.
16. Gendrin R. Pitch-angle diffusion of low energy protons due to gyroresonant interaction with hydromagnetic waves. — J. Atm. Terr. Phys., 1968, v. 30, N 7, p. 1313—1330.
17. Cornwall J. M., Coroniti F. V., Thorne R. M. Turbulent loss of ring current protons. — J. Geophys. Res., 1970, v. 75, N 25, p. 4699—4709.
18. Lyons L. R., Thorne R. M., Kennel C. F. Pitch-angle diffusion of radiation belt electrons within the plasmasphere. — J. Geophys. Res., 1972, v. 77, N 19, p. 3455—3474.
19. Lyons L. R., Thorne R. M. Equilibrium structure of radiation belt electrons. — J. Geophys. Res., 1973, v. 78, N 13, p. 2142—2149.

20. Coronity F. V., Kennel C. F. Electron precipitation pulsations. — *J. Geophys. Res.*, 1970, v. 75, N 7, p. 1279—1289.
21. Трахтенгерц В. Ю. Модуляция неустойчивостей в магнитосфере гидромагнитными колебаниями. — В кн.: Ионосферные исследования. М.: Сов. радио, 1975, в. 22, с. 8—11.
22. Superman S., Landau R. W. On the enhancement of the whistler instability in the magnetosphere by cold plasma injection. — *J. Geophys. Res.*, 1974, v. 79, N 1, p. 128—134.
23. Superman S., SaLu Y. Optimum cold plasma density for maximum whistler instability: Numerical versus analytical. — *J. Geophys. Res.*, 1974, v. 79, N 1, p. 135—137.
24. Трахтенгерц В. Ю. Влияние плазмопаузы на кинетические неустойчивости в магнитосфере Земли. — В кн.: Ионосферные исследования. М.: Сов. радио, 1975, в. 22, с. 12—16.
25. Беспалов П. А., Трахтенгерц В. Ю. Нестационарные распределения частиц в магнитосфере и генерация периодических излучений в диапазоне ОНЧ и КПК. — *Геомагнетизм и аэрномия*, 1974, т. 14, № 2, с. 321—327.
26. Беспалов П. А. Модуляция интенсивности ОНЧ шумов гидромагнитными колебаниями. — *Геомагнетизм и аэрномия*, 1977, т. 17, № 1, с. 66—72.
27. Беспалов П. А., Трахтенгерц В. Ю. Динамика циклотронной неустойчивости в пробкотроне. — *Физика плазмы*, 1976, т. 2, в. 3, с. 396—406.
28. Беспалов П. А., Трахтенгерц В. Ю. О нелинейных колебательных процессах в магнитосфере Земли. — *Изв. вузов. Радиофизика*, 1976, т. 19, № 5—6, с. 801—811.
29. Беспалов П. А., Трахтенгерц В. Ю. Автомодауляция циклотронной неустойчивости альфвеновскими волнами. — *Физика плазмы*, 1978, т. 4, в. 1, с. 177—183.
30. Беспалов П. А., Трахтенгерц В. Ю. О режимах турбулентной диффузии по пич-углам в геомагнитной ловушке. — *Физика плазмы*, 1979, т. 5, в. 2, с. 383—390.
31. Беспалов П. А., Трахтенгерц В. Ю. Циклотронная неустойчивость радиационных поясов Земли. — В кн.: Вопросы теории плазмы/Под ред. М. А. Леонтовича. М.: Атомиздат, 1980, в. 10, с. 88—163.
32. Беспалов П. А., Trahtengerts V. Yu. The cyclotron instability of the Earth's radiation belts. — In: *Reviews of Plasma Physics*, Plenum Press, 1985.
33. Трахтенгерц В. Ю. Альфвеновские мазеры. — В кн.: Нелинейные волны. Самоорганизация. М.: Наука, 1983, с. 181—191.
34. Беспалов П. А. Самомодауляция излучения плазменного циклотронного «мазера». — *Письма в ЖЭТФ*, 1981, т. 33, в. 4, с. 192—195.
35. Беспалов П. А. Самовозбуждение периодических режимов циклотронной неустойчивости. — *Физика плазмы*, 1981, т. 7, в. 5, с. 1007—1011.
36. Беспалов П. А. Self-excitation of periodic cyclotron instability regimes in a plasma magnetic trap. — *Physica Scripta*, 1982, v. T2/2, p. 576—579.
37. Беспалов П. А., Коваль Л. Н. Установление периодических режимов циклотронной неустойчивости в плазменных пробкотронах. — *Физика плазмы*, 1982, т. 8, в. 6, с. 1136—1144.
38. Беспалов П. А., Коваль Л. Н. Автоколебательные режимы вблизи порога устойчивости стационарной циклотронной генерации. — *Физика плазмы*, 1985, т. 11, в. 2, с. 169—172.
39. Беспалов П. А. Стационарный режим циклотронной неустойчивости радиационных поясов. — *Физика плазмы*, 1985, т. 11, в. 4, с. 446—451.
40. Беспалов П. А. Пассивная синхронизация мод в лазерах с неэквидистантным спектром. — *ЖЭТФ*, 1984, т. 87, в. 12, с. 1894—1905.

41. Беспалов П. А. Глобальный резонанс радиационных поясов Юпитера. — Письма в АЖ, 1985, т. 11, № 1, с. 72—77.
42. Гапонов А. В. Взаимодействие непрямолинейных электронных потоков с электромагнитными волнами в линиях передачи. — Изв. вузов. Радиофизика, 1959, т. 2, № 3, с. 450—462.
43. Гапонов-Грехов А. В., Петелин М. И. Мазеры на циклотронном резонансе. — В кн.: Наука и человечество. М.: Знание, 1980, с. 283—298.
44. Ханин Я. И. Динамика квантовых генераторов. М.: Сов. радио, 1975. 496 с.
45. Беленов Э. М., Морозов В. Н., Ораевский А. Н. Вопросы динамики квантовых генераторов. — В кн.: Труды ФИАН. М.: Наука, 1970, т. 52, с. 237—336.
46. Сверхкороткие световые импульсы/Под ред. С. Шапиро. М.: Мир, 1981. 479 с.
47. Альвен Г., Фельтхаммар К.-Г. Космическая электродинамика. М.: Мир, 1967. 260 с.
48. Морозов А. И., Соловьев Л. С. Движение заряженных частиц в электромагнитных полях. — В кн.: Вопросы теории плазмы/Под ред. М. А. Леонтовича. М.: Госатомиздат, 1963, в. 2, с. 177—261.
49. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика. М.: Наука, 1973. 208 с.
50. Rosenbluth M. N. Superadiabaticity in wiggle machines. — Phys. Rev. Lett., 1972, v. 29, N 7, p. 408—410.
51. Арцимович Л. А., Сагдеев Р. З. Физика плазмы для физиков. М.: Атомиздат, 1979. 316 с.
52. Бакай А. С., Степановский Ю. П. Адиабатические инварианты. Киев: Наукова думка, 1981. 283 с.
53. Schulz M., Lanzerotti L. J. Particle diffusion in the radiation belts. Berlin—Heidelberg—New York: Springer-Verlag, 1974. 215 p.
54. Гинзбург В. Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. М.: Наука, 1967. 683 с.
55. Шафранов В. Д. Электромагнитные волны в плазме. — В кн.: Вопросы теории плазмы/Под ред. М. А. Леонтовича. М.: Госатомиздат, 1963, в. 3, с. 3—140.
56. Storey L. R. O. An investigation of whistling atmospherics. — Phil. Trans. Roy. Soc. London, 1953, v. A246, N 908, p. 113—141.
57. Helliwell R. A. Whistlers and related ionospheric phenomena. Stanford: Stanford University Press, 1965, p. 349.
58. Фелсен Л., Маркувиц Н. Излучение и рассеяние волн. М.: Мир, 1978, т. 1, 2. 1102 с.
59. Мальцева О. А., Молчанов О. А., Резников А. Е. Моделирование процессов амплитудных изменений ОНЧ-волн в плазмосфере Земли. — В кн.: Низкочастотные волны и сигналы в магнитосфере Земли. М.: Наука, 1980, с. 105—130.
60. Huang C. Y., Goertz C. K., Anderson R. R. A theoretical study of plasmaspheric hiss generation. — J. Geophys. Res., 1983, v. 88, N A10, p. 7927—7940.
61. Church S. R., Thorne R. M. On the origin of plasmaspheric hiss: ray path integrated amplification. — J. Geophys. Res., 1983, v. 88, N A10, p. 7941—7957.
62. Mazur V. A., Stepanov A. V. The role of Alfvén wave dispersion in the dynamics of energetic protons in the solar corona. — Astron. Astrophys., 1984, v. 139, N 2, p. 467—473.
63. Inan U. S., Bell T. F. The plasmapause as a VLF wave guide. — J. Geophys. Res., 1977, v. 82, N 19, p. 2819—2827.
64. Smith R. L. Propagation characteristics of whistlers trapped in field-aligned columns of enhanced ionization. — J. Geophys. Res., 1961, v. 66, N 11, p. 3699—3707.

65. Ondoh T. Magnetospheric whistler ducts observed by ISIS satellites. — *J. Radio Res. Lab. Jap.*, 1976, v. 23, N 111, p. 139—147.
66. Хелливел Р. А. Волны низкой частоты в магнитосфере. — В кн.: Физика магнитосферы / Под ред. Д. Вильямса и Дж. Мйда. М.: Мир, 1972, с. 345—373.
67. Семенова В. И., Трахтенгерц В. Ю. О некоторых особенностях волнового распространения низкочастотных волн в магнитосфере. — *Геомагнетизм и аэронавигация*, 1980, т. 20, в. 6, с. 1021—1027.
68. Альперт Я. Л., Гусева Э. Г., Флигель Д. С. Распространение низкочастотных электромагнитных волн в волноводе Земля — ионосфера. М.: Наука, 1967. 124 с.
69. Tsuruda K. Penetration and reflection of VLF waves through the ionosphere: full wave calculations with ground effect. — *J. Atm. Terr. Phys.*, 1973, v. 35, N 7, p. 1377—1405.
70. Мальцев Ю. П. Граничное условие для альфвеновских волн на ионосфере. — *Геомагнетизм и аэронавигация*, 1977, т. 17, № 6, с. 1008—1011.
71. Беляев П. П., Поляков С. В. Граничные условия для МГД-волн на ионосфере. — *Геомагнетизм и аэронавигация*, 1980, т. 20, № 4, с. 637—641.
72. Железняков В. В. Электромагнитные волны в космической плазме. М.: Наука, 1977. 432 с.
73. Джексон Дж. Классическая электродинамика. М.: Мир, 1965. 702 с.
74. Эйджман В. Я. Излучение электрона, движущегося в магнитоактивной плазме. — *ЖЭТФ*, 1958, т. 34, в. 1, с. 131—138.
75. Trulsen J., Fejer J. A. Radiation from a charged particle in a magnetoplasma. — *J. Plasma Phys.*, 1970, v. 4, part 4, p. 824—841.
76. Андронов А. А., Железняков В. В., Петелин М. И. О кинетической неустойчивости однородной магнитоактивной плазмы. — *Изв. вузов. Радиофизика*, 1964, т. 7, № 2, с. 251—261.
77. Беспалов П. А., Трахтенгерц В. Ю. О черенковском механизме генерации КНЧ- и ОНЧ-излучений в магнитосфере. — *Геомагнетизм и аэронавигация*, 1975, т. 15, № 2, с. 313—316.
78. Kennel C. F. Low-frequency whistler mode. — *Phys. Fluids*, 1966, v. 9, N 11, p. 2190—2202.
79. Гульельми А. В. МГД-волны в околоземной плазме. М.: Наука, 1979. 140 с.
80. Молчанов О. А., Маркеева Ю. М. Методика обработки и интерпретации динамических спектров свистящих атмосфериков с целью определения электронной концентрации в магнитосфере Земли. М.: ИЗМИРАН, 1974. 64 с.
81. Ахизер А. И., Ахизер И. А., Половин Р. В., Ситенко А. Г., Степанов К. Н. Электродинамика плазмы. М.: Наука, 1974. 720 с.
82. Веденов А. А. Введение в теорию слаботурбулентной плазмы. — В кн.: Вопросы теории плазмы / Под ред. М. А. Леонтовича. М.: Госатомиздат, 1963, в. 3, с. 203—244.
83. Ivanov A. A., Teichmann J. A class of solutions of quasilinear equations. — *J. Plasma Phys.*, 1970, v. 4, part 4, p. 667—676.
84. Будько Н. И., Карпман В. И., Похотелов О. А. Нелинейная теория монохроматических циркулярно поляризованных НЧ- и УНЧ-волн в магнитосфере. — *Cosmic Electrodynamics*, 1972, v. 3, N 1, p. 165—183.
85. Истомин Я. Н., Карпман В. И., Шкляр Д. Р. К теории триггерного ОНЧ-излучения. — *Геомагнетизм и аэронавигация*, 1976, т. 16, № 1, с. 116—120.
86. Karpmann V. I., Istomin Ya. N., Shklyar D. R. Nonlinear frequency shift and self-modulation of the quasi-monochromatic whistlers in the inhomogeneous plasma (magnetosphere). — *Planet. Space Sci.*, 1974, v. 22, N 5, p. 859—871.
87. Беспалов П. А., Трахтенгерц В. Ю. О турбулентном разлете облака быстрых частиц в плазме. — *ЖЭТФ*, 1974, в. 3, с. 969—978.

88. Беспалов П. А., Трахтенгерц В. Ю. Турбулентный разлет быстрых частиц в магнитосфере и солнечном ветре. — В кн.: Исследования по геомагнетизму, аэронауке и физике Солнца. М.: Наука, 1979, в. 48, с. 158—169.
89. Roux A., Solomon J. Mechanisms non lineaires associes aux interactions ondes-particules dans la magnetosphere. — *Ann. Geophys.*, 1970, v. 26, N 2, p. 279—297.
90. Галеев А. А., Сагдеев Р. З. Нелинейная теория плазмы. — В кн.: Вопросы теории плазмы / Под ред. М. А. Леонтовича. М.: Атомиздат, 1973, в. 7, с. 3—145.
91. Dungey J. W. Resonant effects of plasma waves on charged particles in a magnetic field. — *J. Fluid Mech.*, 1963, v. 15, N 1, p. 74 — 82.
92. Lutomiński R. F., Sudan R. H. Exact nonlinear electromagnetic whistler modes. — *Phys. Rev.*, 1966, v. 147, N 1, p. 156—165.
93. Карпман В. И. Nonlinear effects in the ELF waves propagating along the magnetic field in the magnetosphere. — *Space Sci. Rev.*, 1974, v. 16, N 3, p. 361—388.
94. Мазитов Р. К. О затухании плазменных волн. — *ПМТФ*, 1965, № 1, с. 27—31.
95. O'Neil T. M. Collisionless damping of nonlinear plasma oscillations. — *Phys. Fluids*, 1965, v. 8, N 12, p. 2255—2262.
96. Лонгмайр К. Физика плазмы. М.: Атомиздат, 1966. 341 с.
97. Sudan R. N., Ott E. A theory of triggered VLF-emissions. — *J. Geophys. Res.*, 1971, v. 76, N 19, p. 4463—4476.
98. Трахтенгерц В. Ю. Релаксация плазмы с анизотропным распределением по скоростям. — В кн.: Основы физики плазмы. М.: Энергоиздат, 1984, т. 2, с. 498—533.
99. Цытович В. Н. Теория турбулентной плазмы. М.: Атомиздат, 1971, 424 с.
100. Котик Д. С., Трахтенгерц В. Ю. О распадном взаимодействии ОНЧ волн в магнитосфере Земли. — *Геомагнетизм и аэронаука*, 1973, т. 13, № 5, с. 871—877.
101. Литвак А. Г. Волновые пучки конечной амплитуды в магнитоактивной плазме. — *ЖЭТФ*, 1969, т. 57, в. 8, с. 629—636.
102. Ward L. A. ELF intensity levels at geostationary orbit and pulsating aurora. — *J. Geophys.*, 1984, v. 55, N 1, p. 85—91.
103. Perraut S., Gendrin R., Robert P., Roux A., De Villedary C., Jones D. UHF waves observed with magnetic and electric sensors on GEOS-1. — *Space Sci. Rev.*, 1978, v. 22, N 4, p. 347—369.
104. Карпман В. И., Истомин Я. Н., Шкляр Д. Р. Nonlinear theory of a quasimonochromatic whistler mode packet in inhomogeneous plasma. — *Plasma Phys.*, 1974, v. 16, N 8, p. 685—703.
105. Berk H. L., Horton C. W., Baldwin D. E., Rosenbluth M. N., Sudan R. N. Nonlinear reflection in inhomogeneous media. — *Phys. Fluids*, 1968, v. 11, N 2, p. 365—371.
106. Шапиро В. Д., Шевченко В. И. К теории триггерного излучения. — Письма в *ЖЭТФ*, 1976, т. 23, в. 12, с. 673—677.
107. Сагдеев Р. З., Шапиро В. Д., Шевченко В. И. О механизме триггерного излучения в магнитосфере. — *ЖЭТФ*, 1985, т. 89, в. 7, с. 22—34.
108. Беспалов П. А. Циклотронная неустойчивость магнитосферного пробкотрона. — В кн.: Исследования по геомагнетизму, аэронауке и физике Солнца. М.: Наука, 1982, в. 61, с. 92—104.
109. Веденов А. А., Рютов Д. Д. Квазилинейные эффекты в потоковых неустойчивостях. — В кн.: Вопросы теории плазмы / Под ред. М. А. Леонтовича. М.: Атомиздат, 1972, в. 6, с. 3—69.
110. Davidson G., Walt M. Loss cone distributions of radiation belt electrons. — *J. Geophys. Res.*, 1977, v. 82, N 1, p. 48—54.
111. Беспалов П. А. Шипения с резкой верхней границей частотного

спектра. — В кн.: Магнитосферные исследования, в. 7. М.: ИЗМИРАН, 1985, с. 36—39.

112. O'Brien B. J. Lifetimes of outer zone electrons and their precipitation into atmosphere. — *J. Geophys. Res.*, 1962, v. 67, N 10, p. 3687—3706.

113. Kennel C. F., Ashour-Abdalla M. Electrostatic waves and the strong diffusion of magnetospheric electrons. — *Magnetospheric Plasma Physics* / Ed. A. Nishida. Dordrecht — Boston — London: D. Reidel Publishing Company, 1982, p. 245—344.

114. Беспалов П. А., Чуканов А. А. Электромагнитные шумы свистового диапазона в магнитоспряженных областях. — *Геомагнетизм и аэронаука*, 1980, т. 20, № 1, с. 89—94.

115. Thorne R. M., Smith E. J., Burton R. K., Holzer P. E. Plasmaspheric hiss. — *J. Geophys. Res.*, 1973, v. 78, N 10, p. 1581—1596.

116. Curnett B., Burns B. The low frequency cut-off of ELF-emission. — *J. Geophys. Res.*, 1968, v. 73, N 23, p. 7437—7445.

117. Muzzio J. L., Angerami J. J. OGO-4 observations of extremely low frequency hiss. — *J. Geophys. Res.*, 1972, v. 77, N 7, p. 1157—1172.

118. Наймарк М. А. Линейные дифференциальные операторы. М.: Гостехиздат, 1954. 351 с.

119. Besspalov P. A. Saturable absorption for cyclotron instability in a plasma magnetic trap. — In: *Proc. Contr. Pap. Int. Conf. on Plasma Physics*. Lousanne, Switzerland, 1984, v. 1, p. 93.

120. Беспалов В. И., Якубович Е. И. О периодической автомодуляции излучения и возможности генерации «гигантских» импульсов в трехуровневом ОКГ с неоднородно подсвеченным рабочим веществом. — *Изв. вузов. Радиофизика*, 1965, т. 8, № 5, с. 909—919.

121. Тагиров В. Р., Трахтенгерц В. Ю., Черноус С. А. О природе пульсирующих пятен в сияниях. — Препринт ПГИ, № 4, Апатиты, 1986. 35 с.

122. Трахтенгерц В. Ю., Тагиров В. Р., Черноус С. А. Проточный циклотронный мазер и импульсные ОНЧ-излучения. — *Геомагнетизм и аэронаука*, 1986, т. 26, № 1, с. 99—106.

123. Тагиров В. Р., Трахтенгерц В. Ю., Черноус С. А. О происхождении пульсирующих авроральных пятен. — *Геомагнетизм и аэронаука*, 1986, т. 26, № 4, с. 600—604.

124. Беспалов П. А., Трахтенгерц В. Ю. О некоторых эффектах искусственного воздействия на радиационные пояса Земли. — В кн.: *Влияние мощного радиоизлучения на ионосферу*. Апатиты: Изд-во Кольского филиала АН СССР, 1979, с. 86—101.

125. Trachtengerts V. Yu. Alfvén Masers. — In: *Proc. of an Int. Symp. Alpbach, Austria*, 1983, p. 67—74.

126. Поляков С. В., Рапопорт В. О., Трахтенгерц В. Ю. Альфвеновский свип-мазер. — *Физика плазмы*, 1983, т. 9, № 2, с. 371—377.

127. Поляков С. В., Рапопорт В. О. Ионосферный альфвеновский резонатор. — *Геомагнетизм и аэронаука*, 1981, т. 21, № 5, с. 816—822.

128. Prikner K. Frequency band of mirroring and bands of increased transmissivity of ULF waves through the ionosphere. — *Stud. geophys. et geod.*, 1982, v. 26, N 1, p. 96—101.

129. Гульельми А. В., Троицкая В. А. Геомагнитные пульсации и диагностика магнитосферы. М.: Наука, 1973. 208 с.

130. Михайловский А. Б., Похотелов О. А. Новый механизм генерации геомагнитных пульсаций быстрыми частицами. — *Физика плазмы*, 1975, т. 1, в. 5, с. 786—792.

131. Михайловский А. Б., Похотелов О. А. Влияние свистов и ионно-циклотронных колебаний на раскачку альфвеновских волн в магнитосферной плазме. — *Физика плазмы*, 1975, т. 1, в. 6, с. 1004—1012.

132. Hagege K., Laval J.G., Pellat R. Interaction between high-frequency turbulence and magnetospheric micropulsations. — *J. Geophys. Res.*, 1973, v. 78, N 19, p. 3806—3815.

133. Зельдович Б. Я., Кузнецова Т. И. Генерация сверхкоротких импульсов света с помощью лазеров. — УФН, 1972, т. 106, № 1, с. 47—84.
134. Нью Дж. Х. С. Теория пассивной синхронизации мод в лазерах с гигантскими импульсами. — ТИИЭР, 1979, т. 67, № 3, с. 51—70.
135. Беляев П. П., Поляков С. В., Рапопорт В. О., Трахтенгерц В. Ю. О тонкой структуре излучения альфвеновского мазера. — Геомагнетизм и аэрoномия, 1984, т. 24, № 2, с. 242—248.
136. Поляков С. В., Рапопорт В. О., Трахтенгерц В. Ю. Альфвеновский свип-мазер: Препринт № 23. Горький: ИПФ АН СССР, 1981. 17 с.
137. Беляев П. П., Поляков С. В., Рапопорт В. О., Трахтенгерц В. Ю. Особенности генерации волн в несимметричном альфвеновском мазере. — Геомагнетизм и аэрoномия, 1985, т. 25, № 4, с. 603—608.
138. Беспалов П. А., Трахтенгерц В. Ю. Квазипериодические дискретные ОНЧ-излучения. — В кн.: Низкочастотные волны и сигналы во внешней ионосфере. Апатиты: Изд-во Кольского филиала АН СССР, 1974, с. 12—15.
139. Беспалов П. А., Трахтенгерц В. Ю. Автомодуляция циклотронной неустойчивости на баунс-резонансе. — В кн.: Магнитосферные исследования, в. 7. М.: ИЗМИРАН, 1985, с. 40—43.
140. Беспалов П. А., Грач С. М., Трахтенгерц В. Ю. О взаимодействии энергичных электронов с гидромагнитными волнами на баунс-резонансе. — Физика плазмы, 1977, т. 3, в. 5, с. 1050—1061.
141. Кадомцев Б. Б. Турбулентность плазмы. — В кн.: Вопросы теории плазмы / Под ред. М. А. Леонтовича. М.: Атомиздат, 1964, в. 4, с. 188—339.
142. Цытович В. Н. Нелинейные эффекты в плазме. М.: Наука, 1967. 286 с.
143. Акасофу С. И., Чепмен С. Солнечно-земная физика. М.: Мир, 1975, т. 1, 2. 896 с.
144. Vampola A. L. VLF transmission induced slot electron precipitation. — Geophys. Res. Lett., 1977, v. 4, N 12, p. 569—572.
145. Laaspere T., Johnson W. C. Additional results from an OGO-6 experiment concerning ionospheric electric and electromagnetic fields in the range 20 Hz to 540 Hz. — J. Geophys. Res., 1973, v 78, N 16, p. 2926—2944.
146. Lyons L. A., Williams D. J. The quiet time structure of energetic (35—560 keV) radiation belt electrons. — J. Geophys. Res., 1975, v. 80, N 7, p. 943—950.
147. Lauter E. A., Grafe A., Nikutowski B., Taubenheim J., Wagner C. U. Ionospheric PSE-morphology and medium latitude radiationbelt electron pitch-angle diffusion coefficients: A test of the PSE model.— Gerlands Beitr. Geophysik, 1979, v. 88, N 1, p. 73—81.
148. Беспалов П. А., Вагнер Х.-У., Графе А., Трахтенгерц В. Ю. Циклотронная неустойчивость в плазмосфере при наличии переноса частиц поперек L-оболочек. — Геомагнетизм и аэрoномия, 1983, т. 23, № 3, с. 497—498.
149. Беспалов П. А., Вагнер Х.-У., Графе А., Трахтенгерц В. Ю. О формировании зазора в электронной компоненте радиационных поясов. — Геомагнетизм и аэрoномия, 1983, т. 23, № 1, с. 68—74.
150. Cornwall J. M. Diffusion processes influenced by conjugatepoint wave phenomena. — Radio Sci., 1968, v. 3, N 7, p. 740—744.
151. Тверской Б. А. Основные механизмы формирования радиационных поясов Земли. — В кн.: Физика магнитосферы / Под ред. Д. Вильямса, Дж. Мида, М.: Мир, 1972, с. 278—291.
152. Шабанский В. П. Явления в околоземном пространстве. М.: Наука, 1972. 271 с.
153. Tomassian A. D., Farley T. A. Inner-zone energetic-electron

- repopulation by radial diffusion. — *J. Geophys. Res.*, 1972, v. 77, N 19, p. 3441—3454.
154. Захаров А. В., Кузнецов С. Н. Время жизни электронов радиационных поясов Земли и ОНЧ-излучение. — *Геомагнетизм и аэронаука*, 1978, т. 18, № 2, с. 351—354.
155. Treumann R., Grafe A. Pitch-angle diffusion coefficients for the June-July 1972 event and the storm-after effect. — *Phys. Solar-Terr.*, Potsdam, 1977, N 4, p. 51—70.
156. Беспалов П. А. Возбуждение ОНЧ-сигналов в магнитосфере дрейфующим облаком энергичных электронов. — В кн.: *Низкочастотные излучения в ионосфере и магнитосфере Земли*. Апатиты: Изд-во Кольского филиала АН СССР, 1981, с. 40—45.
157. Беспалов П. А. Волны высыпаний в авроральной ионосфере. — *Геомагнетизм и аэронаука*, 1981, т. 21, № 6, с. 1018—1022.
158. Захаров А. В., Кузнецова В. А., Лихтер Я. И., Ларкина В. И. Модуляция интенсивности КНЧ-излучений и потоков электронов во время магнитных бурь по данным ИСЗ «Интеркосмос-3» и «Интеркосмос-5». — В кн.: *Низкочастотные волны и сигналы во внешней ионосфере*. Апатиты: Изд-во Кольского филиала АН СССР, 1974, с. 110—116.
159. Лопатина Г. Б. Непосредственные наблюдения пульсаций интенсивности энергичных электронов в магнитосфере Земли. — В кн.: *Энергичные частицы в магнитосфере Земли*. Апатиты: Изд-во Кольского филиала АН СССР, 1982, с. 78—86.
160. Johnstone A. D. The mechanism of pulsating aurora. — *Annales Geophysicae*, 1983, v. 1, N 4—5, p.397—410.
161. Oguti T., Kokubun S., Hayashi K. e. a. An auroral torch structure as an activity centre of pulsating auroras. — *Canad. J. Phys.*, 1981, v. 59, N 8, p. 1056—1062.
162. Sandahl J. Pitch angle scattering and particle precipitation in a pulsation aurora: an experimental study: KGI Report N 185. Kiruna Geophys. Inst., 1984. 161 p.
163. Распопов О. М., Клейменова Н. Г. Возмущения электромагнитного поля Земли. Ч. 3. ОНЧ-излучения. Л.: Изд-во ЛГУ, 1977. 144 с.
164. Rycroft M. J. VLF emission in the magnetosphere. — *Radio Sci.*, 1972, v. 7, N 8—9, p. 811—830.
165. Лихтер Я. И. Волновые процессы — В кн.: *Геомагнетизм и высокие слои атмосферы*. Т. 2. (Итоги науки и техники). М.: ВИНТИ АН СССР, 1975, с. 169—224.
166. Chan K. W., Holzer R. E. ELF hiss associated with plasma density enhancements in the outer magnetosphere. — *J. Geophys. Res.*, 1976, v. 81, N 13, p. 2267—2274.
167. Вершинин Е. Ф., Трахтенгерц В. Ю., Шапаев В. И. О происхождении всплесков низкочастотного излучения с частотным дрейфом. — *Геомагнетизм и аэронаука*, 1979, т. 19, № 2, с. 362—363.
168. Foster J. C., Rosenberg T. J. Electron precipitation and VLF emission associated with cyclotron resonance interaction near plasmapause.— *J. Geophys. Res.*, 1976, v. 81, N 13, p. 2183—2192.
169. Sato N., Hayashi K., Kohubun S., Oguti T., Fukunishi H. Relationships between quasi-periodic VLF-emission and geomagnetic pulsation. — *J. Atm. Terr. Phys.*, 1974, v. 36, N 9, p. 1515—1526.
170. Коротова Г. И., Клейменова Н. Г., Распопов О. М. Модуляция ОНЧ-шипений геомагнитными пульсациями. — *Геомагнетизм и аэронаука*. 1975, т. 15, № 1, с. 177—179.
171. Gendrin R., Etcheto J. B. de la Porte des Vaux. Very-low-frequency and particle rocket experiment at Kergulen Islands. Part 2. Particle measurements. — *J. Geophys. Res.*, 1970, v. 75, N 31, p. 6169—6181.
172. Sato N., Kokubun S. Interaction between ELF-VLF emissions and magnetic pulsations: Quasi-periodic ELF-VLF emissions associated

with Pc 3—4 magnetic pulsations and their geomagnetic conjugacy. — *J. Geophys. Res.*, 1980, v. 85, N A1, p. 101—113.

173. Sato N., Fukunishi H. Interaction between ELF-VLF-emissions Classification of quasiperiodic ELF-VLF-emissions based on frequency-time spectra. — *J. Geophys. Res.*, 1981, v. 86, N A1, p. 19—29.

174. Allcock G. Mck., Monntjoy K. Dynamic spectra characteristics of chorus at a middle-latitude station. — *J. Geophys. Res.*, 1970, v. 75, N 13, p. 2503—2516.

175. Клейменова Н. Г. Результаты экспериментальных исследований ОНЧ-излучений на земной поверхности. — *Phys. Solari-Terr., Potsdam*, 1976, N 3, p. 57—67.

176. Rosenberg T. G., Siren J. C., Matthews D. L., Marthinsen K., Holtet J. A., Egeland A., Carpenter D. L., Helliwell R. A. Conjugacy of electron microbursts and VLF chorus. — *J. Geophys. Res.*, 1981, v. 86, N 7, p. 5819—5832.

177. Brice N. An explanation of triggered Very-Low-Frequency emissions. — *J. Geophys. Res.*, 1963, v. 68, N 15, p. 4626—4628.

178. Беспалов П. А., Трахтенгерц В. Ю. К теории генерации ОНЧ- и КНЧ-излучений типа хоров. — *Геомагнетизм и аэрномия*, 1978, т. 18, № 4, с. 627—631.

179. Chappel C. R. Detached plasma regions in the magnetosphere. — *J. Geophys. Res.*, 1974, v. 79, N 13, p. 1861—1870.

180. Burtis W. J., Helliwell R. A. Magnetospheric chorus: Occurrence patterns and normalized frequency. — *Planet. Space Sci.*, 1976, v. 24, N 11, p. 1007—1024.

181. Burten R. E., Holzer R. E. The origin and propagation of chorus in the outer magnetosphere. — *J. Geophys. Res.*, 1974, v. 79, N 7, p. 1014—1023.

182. Nunn D. The quasistatic theory of triggered VLF emissions. — *Planet. Space Sci.*, 1984, v. 32, N 3, p. 325—350.

183. Winglee R. M. Enhanced growth of whistlers due to bunching of untrapped electrons. — *J. Geophys. Res.*, 1985, v. 90, N A6, p. 5141—5152.

184. Tralcevic S., Unan U. S., Helliwell R. A. Nonlinear pitch-angle scattering and trapping of energetic particles during Landau resonance interactions with whistler mode waves. — *J. Geophys. Res.*, 1984, v. 89, N A12, p. 10813—10826.

185. Jacobs J. A. *Geomagnetic Micropulsations*. Berlin—Heidelberg—New-York: Springer-Verlag, 1970. 179 p.

186. Пудовкин М. И., Распопов О. М., Клейменова Н. Г. Возмущения электромагнитного поля Земли. Ч. 2. Короткопериодические колебания геомагнитного поля. Л.: Изд-во ЛГУ, 1976. 271 с.

187. Gendrin R., Perraut S., Fargetton H., Glangeand F., Lacombe J. L. ULF waves: Conjugated ground-satellite relationships. — *Space Science Rev.*, 1978, v. 22, N 4, p. 433—442.

188. *ULF Pulsations in the Magnetosphere*/Ed. D. J. Southwood, Tokyo: Center for Acad. Pub. Japan, 1981. 145 p.

189. Симпсон Дж. А., Мак-Киббен Р. Б. Динамика магнитосферы Юпитера и испускание энергичных частиц. — В кн.: *Юпитер*/Под ред. Т. Герелса. М.: Мир, 1979, т. 3, с. 145—177.

190. Smith E. J., Davis L. Jr., Jones D. E., Coleman P. J. Jr., Colburn D. S., Dyal P., Sonett C. P., Frandsen A. M. A. The planetary magnetic field and magnetosphere of Jupiter: Pioneer 10. — *J. Geophys. Res.*, 1974, v. 79, N 25, p. 3501—3513.

191. Chenette D. L., Conlon T. F., Simpson J. A. Bursts of relativistic electrons from Jupiter observed in interplanetary space with the time variation of the planetary rotation period. — *J. Geophys. Res.*, 1974, v. 79, N 25, p. 3551—3558.

192. Barbosa D. D., Coroniti F. V. Relativistic electrons and whist-

- lers in Jupiter's magnetosphere. — *J. Geophys. Res.*, 1976, v. 81, N 25, p. 4531—4536.
193. Barbosa D. D., Coroniti F. V. Lossy radial diffusion of relativistic Jovian electrons. — *J. Geophys. Res.*, 1976, v. 81, N 25, p. 4553—4560.
194. Gurnett D. A., Scarf F. L., Kurth W. S., Shaw R. R., Poynter R. L. Determination of Jupiter's electron density profile from plasma wave observations. — *J. Geophys. Res.*, 1981, v. 86, N A10, p. 8199—8212.
195. Gurnett D. A., Kurth W. S., Scarf F. L. Auroral hiss observed near the Io plasma torus. — *Nature*, 1979, v. 280, N. 5725, p. 766—770.
196. Elgaroy E. O. Solar noise storms. Oxford—New-York—Toronto—Sydney—Paris—Frankfurt: Pergamon Press, 1977. 363 p.
197. Meerson B. I., Rogachevskii I. V. On the storage of high-energy protons in the solar corona cyclotron instability. — *Solar Phys.*, 1983, v. 87, N 2, p. 337—357.
198. Бардаков В. М., Степанов А. В. О периодических режимах плазменных неустойчивостей в магнитных ловушках на Солнце. — *Письма в АЖ*, 1979, т. 5, № 9, с. 460—464.
199. Kundu M. R. Solar radio astronomy. New-York: Interscience publ., 1965. 660 p.
200. Лифшиц М. А., Цытович В. Н. О спектрах турбулентности геликонов в бесстолкновительной плазме. — *ЖЭТФ*, 1972, т. 62, в. 2, с. 606—613.
201. Bessalov P. A., Zaitsev V. V. On the formation of energetic proton spectra in the Solar flares. — *Proc. Contr. Pap. Int. Symp. SMY Data analysis. Irkutsk, USSR*, 1985.
202. Злотник Е. Я. Радиоизлучение на гармониках электронной гирочастоты в плазме солнечной короны. — В кн.: *Исследования по геомагнетизму, аэронавигации и физике Солнца*. М.: Наука, 1979, в. 48, с. 132—144.
203. Железняков В. В. Радиоизлучение Солнца и планет. М.: Наука, 1964. 450 с.
204. Зайцев В. В., Степанов А. В. О природе пульсаций солнечного радиоизлучения IV типа. Колебания плазменного цилиндра (1). — В кн.: *Исследования по геомагнетизму, аэронавигации и физике Солнца*. М.: Наука, 1975, в. 37, с. 3—10.
205. Alikaev V. V., Glagolev V. M., Morigozov S. A. Anisotropic instability in a hot electron plasma, contained in an adiabatic trap. — *Plasma Phys.*, 1968, v. 10, N. 8, p. 753—774.
206. Ikegami H., Ikezi H., Hosokawa M., Takayama K., Takaka S. Microwave burst at triggered instability in a hot electron plasma. — *Phys. Fluids*, 1968, v. 11, N 5, p. 1061—1064.
207. Ard W. B., Dandl R. A., Stetson R. F. Observations of instabilities in electron-cyclotron plasmas. — *Phys. Fluids*, 1966, v. 9, N 8, p. 1498—1503.
208. Perkins W. A., Barr W. L. Observation of a velocity-distribution instability. — *Plasma Phys. Contr. Nucl. Fusion Res.*, Vienna, 1966, v. 2, p. 115—134.
209. Jacquinet J., Leloup C., Poffe J. P., Pretis M. de, Waebroeck K. F., Evrard P., Pipault J. Etude de microinstabilités dans un plasma d'électrons chauds confine. — *Plasma Phys. Contr. Nucl. Fusion Res.*, Vienna, 1969, v. 2, p. 347—358.
210. Гапонов-Грехов А. В., Глаголев В. М., Трахтенгерц В. Ю. Мазер на циклотронном резонансе с фоновой плазмой. — *ЖЭТФ*, 1981, т. 80, в. 6, с. 2198—2209.
211. Зайцев В. В., Злотник Е. Я., Шапошников В. Е. К теории s-всплесков декаметрового радиоизлучения Юпитера. — *Письма в АЖ*, 1985, т. 11, № 3, с. 208—215.
212. Wu C. S., Wong H. K., Gorney D. J., Lee L. C. Generation of the auroral kilometric radiation. — *J. Geophys. Res.*, 1982, v. 87, N A6, p. 4476—4488.

213. Галеев А. А., Красносельских В. В. Теория s-всплесков декаметрового радиоизлучения Юпитера, модулируемого спутником Ио. — Письма в АЖ, 1979, т. 5, № 9, с. 478—482.

214. Omidi N., Wu C. S., Gurnett D. A. Generation of auroral kilometric and Z mode radiation by the cyclotron maser mechanism. — J. Geophys. Res., 1984, v. 89, N A2, p. 883—895.

215. Истомин Я. Н., Похотелов О. А., Хабазин Ю. Г. Генерация километрового излучения Земли в авроральной каверне. — Геомагнетизм и аэронавигация, 1985, т. 25, № 2, с. 272—277.

216. Gurnett D. A., Shawhan S. D., Show R. R. Auroral hiss, Z mode radiation and auroral kilometric radiation in the polar magnetosphere: DE-1 observations. — J. Geophys. Res., 1983, v. 88, N 3, p. 1329—1340.

217. Benson R. F. Auroral Kilometric Radiation: wave modes, harmonics and source region electron density structure. — J. Geophys. Res., 1985, v. 90, N A3, p. 2753—2784.

218. Мишин Е. В. Коллективные эффекты при взаимодействии потоков энергичных электронов с ионосферной плазмой. Автореф. дис. ... докт. ф.-м. н. М.: ИЗМИРАН, 1985. 275 с.

219. Незлин М. В. Динамика пучков в плазме. М.: Энергониздат, 1982. 263 с.

220. Gendrin R. The French-Soviet «Araks» experiment. — Space Sci. Rev., 1974, v. 15, N 6, p. 905—931.

221. Галеев А. А., Мишин Е. В., Сагдеев Р. З., Шапиро В. Д., Шевченко В. И. Разряд в околоракетной области при инжекции электронных пучков в ионосферу. — ДАН СССР, 1976, т. 231, № 1, с. 71—74.

222. Бардаков В. М. Периодические режимы пучковых неустойчивостей в плазме. — Физика плазмы, 1980, т. 6, в. 1, с. 104—108.

223. Berk H. L., Rogulien T. D., Stewart J. J. Pulsation of turbulence in quasilinear theory. — Comments Plasma Phys. Contr. Fusion, 1977, v. 3, N 4, p. 95—101.

224. Gendrin R. Effects of heavy ions on microscopic plasma physics in the magnetosphere. — In: High-Latitude Space Plasma Physics/Ed. V. Hultqvist, T. Hagfors: Plenum Publ. Corp., 1983, p. 415—436.

225. Беспалов П. А., Суворов Е. В., Трахтенгерц В. Ю. Вопросы динамики кольцевого тока. — Тез. докл. симпозиума КАПГ по исследованию магнитных и электрических полей в магнитосфере: М.: 1985.

226. Беспалов П. А., Коваль Л. Н., Крылов А. Л., Мазур Н. Г. Теоретические модели генерации магнитосферных квазипериодических ОНЧ-излучений: Препринт, № 134. Горький: ИПФ АН СССР, 1985. 45 с.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
1. ОСНОВЫ ТЕОРИИ АЛЬФВЕНОВСКИХ МАЗЕРОВ	9
1.1. Заряженные частицы и низкочастотные электромагнитные волны в плазменных магнитных ловушках	9
1.2. Линейная теория циклотронной неустойчивости	22
1.3. Уравнения самосогласованной теории альфвеновских мазеров и основные приближения	27
1.3.1. Исходные уравнения квазилинейной теории	28
1.3.2. Предел редких столкновений	30
1.3.3. Предел частых столкновений	35
1.4. Обсуждение. Условия применимости квазилинейного приближения	37
2. СТАЦИОНАРНАЯ ГЕНЕРАЦИЯ В АЛЬФВЕНОВСКОМ МАЗЕРЕ	40
2.1. Соотношения баланса	40
2.2. Режимы диффузии частиц по питч-углам	44
2.2.1. Режимы слабой и умеренной диффузии	45
2.2.2. Эффекты запирания частиц в ловушке при сильной диффузии	48
2.3. Тонкие характеристики альфвеновского мазера при слабой и умеренной питч-угловой диффузии	53
2.3.1. Характеристики стационарного состояния при слабой питч-угловой диффузии	54
2.3.2. Особенности умеренной питч-угловой диффузии	57
2.4. Обсуждение. Влияние мощности источника частиц на параметры стационарного состояния	58
3. НЕСТАЦИОНАРНЫЕ ПРОЦЕССЫ	62
3.1. Скоростные уравнения и переходные процессы	62
3.1.1. Эволюция системы без источников частиц	64
3.1.2. Релаксационные колебания параметров системы	65
3.2. Устойчивость стационарного состояния	68
3.2.1. Точное решение модельной задачи об устойчивости	72
3.3. Быстрое насыщение поглощения в многоуровневом плазменном мазере	77
3.4. Установление автоколебаний и жесткий режим самовозбуждения	80
3.4.1. Жесткий режим самовозбуждения	84
3.5. Характеристики периодических автоколебаний	86
3.6. Перестройка спектра вблизи состояния равновесия	88
3.7. Режим пичковой генерации с дрейфом частоты	90
3.8. Альфвеновские свип-мазеры	97
3.9. Пульсации магнитных трубок и модуляция излучения альфвеновских мазеров	101
3.10. Обсуждение. Основные свойства квазипериодических режимов	105
4. ТОНКАЯ СТРУКТУРА СПЕКТРОВ ИЗЛУЧЕНИЯ И ПОТОКОВ ЧАСТИЦ	108
4.1. Предварительные замечания	108
4.2. Учет пространственно-временной модуляции потоков частиц и интенсивности волн в теории альфвеновских мазеров	110
4.3. Пространственно-временная модуляция излучения альфвеновских мазеров, обусловленная нелинейностью зеркал	112

4.4.	Автомодуляция излучения альфвеновского мазера на баунс-резонансе	122
4.5.	Обсуждение. Формирование тонкой структуры электромагнитных излучений	129
5	ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ АЛЬФВЕНОВСКИХ МАЗЕРОВ	131
5.1.	Физические условия в геомагнитной ловушке	131
5.2.	Формирование пространственной структуры радиационных поясов	135
5.3.	Волны высыпаний энергичных электронов и пульсирующие пятна сияний	147
	5 3 1 Волны высыпаний в авроральной ионосфере	147
	5 3 2 Пульсирующие пятна в полярных сияниях	151
5.4.	Происхождение основных типов низкочастотных электромагнитных излучений в магнитосфере	152
5 5.	Альфвеновские мазеры в магнитосфере Юпитера и атмосфере Солнца	168
5.6.	Альфвеновские мазеры в лабораторных условиях	170
5.7.	Обсуждение. Другие применения теории альфвеновских мазеров	171
	ЗАКЛЮЧЕНИЕ	176
	ЛИТЕРАТУРА	178

Петр Алексеевич Беспалов
 Виктор Юрьевич Трахтенгерц

АЛЬФВЕНОВСКИЕ МАЗЕРЫ

Редактор **Н. Н. Кралина**
 Техн. редактор **О. А. Сударик**
 Корректор **С. В. Авдеева**

Подписано к печати 03.12.86. МЦ 01249. Формат 60×90^{1/16}. Бумага типографская № 1. Гарнитура литературная. Печать высокая. Уч.-изд. л. 10,4. Усл. печ. л. 11,25. Тираж 500 экз. Темплан 1986 г. (моногр.). Поз. 1. Цена 1 р. 50 к. Заказ 4451.

Дзержинская типография Горьковского областного управления
 издательств, полиграфии и книжной торговли.
 Дзержинск, пр. Циолковского, 15.